

Kalorimetrische Messung der Energieflußdichte weicher Röntgenstrahlen

von

Theodor Schmidt

aus

Nürnberg

1941

1972 72

Kalorimetrische Messung der Energieflußdichte weicher Röntgenstrahlen

Der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades



vorgelegt

von

Theodor Schmidt

aus

Nürnberg

Als Dissertation genehmigt
von der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg



Tag der mündlichen Prüfung: 26. November 1971

Dekan:	Professor Dr.K.Jakobs
Erstberichterstatter:	Professor Dr.Dr.H.Pauly
Zweitberichterstatter:	Professor Dr.N.Fiebiger



Digitized by the Internet Archive
in 2026

	Seite
I. Einleitung und Problemstellung	5
II. Methodik	8
1. Bestimmungsgleichung für die Energieflußdichte	8
2. Allgemeine Bemerkungen zur kalorimetrischen Meßmethode	12
3. Beschreibung des Kalorimeters	15
III. Messung der Bestimmungsgrößen	23
1. Temperatur- und Zeitmessung	23
1.1 Auswahl des Thermometers	23
1.2 Auswahl des Thermoelements	24
1.3 Eichung der Thermoelemente	25
1.4 Wahl des Ortes zur Temperaturmessung am Absorber	31
1.5 Wärmeverluste und Ermittlung von $\frac{\Delta T}{\Delta t}$	41
a. Wärmeverluste	41
b. Berücksichtigung der Wärmeverluste und Bestimmung von $\frac{\Delta T}{\Delta t}$	46
2. Bestimmung der Meßblendenfläche	54
2.1 Geometrischer Blendenradius	54
2.2 Durchlässigkeit des konischen Blendenrandes	54
2.3 Streuung am Blendenrand und Bestimmung des effektiven Blendenradius	56
3. Bestimmung der Wärmekapazität des Absorbers	58
3.1 Absorbermasse	58
3.2 Spezifische Wärme der Absorbermaterialien	58
3.3 Wärmekapazität des Absorbers	60
4. Bestimmung des Korrektionsfaktors für den "Streuverlust"	61
4.1 Abschätzung des "Streuverlustes"	61

a. Energieverlust durch Fluoreszenzstrahlung	61
b. Energieverlust durch klassische Streuung	64
c. Energieverlust durch gestreute Quanten (Compton-Effekt)	66
d. Energieverlust durch Bremsstrahlung	67
e. Energieverlust durch Photoelektronen	67
f. Energieverlust durch Auger-Elektronen	69
g. Energieverlust durch Compton-Elektronen	69
4.2 Experimentelle Ermittlung des Streuverlustes	70
5. Bestimmung des Korrektionsfaktors für Absorptionsverluste	76
5.1 Schwächung im Kalorimeterfenster	76
5.2 Unvollständige Schwächung im Absorber	77
6. Bestimmung des Korrektionsfaktors für den kalorischen Defekt	78
6.1 Chemische Reaktionen	78
6.2 Versetzungen	78
IV. Genauigkeit der Energieflußdichtemessung	79
V. Beispiel einer Energieflußdichtemessung	82
VI. Zusammenfassung	84
Anhang 1: Gültigkeit des Newton'schen Abkühlgesetzes	87
2: Numerische Lösung der Wärmeleitungsgleichung für die unendlich ausgedehnte Platte mit ex- ponentieller Wärmequellenverteilung	90
3: Bedingungen für die numerische Lösung der Wär- meleitungsgleichung für den Zylinder	93

Anhang 4 : Abschätzung des Energieverlustes durch Fluoreszenzstrahlung	94
5 : Abschätzung des Energieverlustes durch gestreute Quanten (klassische Streuung)	102
6 : Abschätzung des Energieverlustes durch Photoelektronen	104
7 : Abschätzung des Energieverlustes durch Auger-Elektronen	110
8 : Konussteigung der Meßblende	112
9 : Änderung des Schmelzpunktes in Abhängigkeit vom Druck	114
Literatur	115

Liste der benutzten Symbole

A	Meßblendenfläche
A ₁	Absorberoberfläche
A ₂	Kalorimeterinnenfläche
C	Wärmekapazität des Absorbers
D ₀	Temperaturänderung pro Zeit bei korrigierten Wärmeverlusten
D' ₀	Spannungsänderung pro Zeit bei korrigierten Wärmeverlusten
E	Energie in cal oder J
E _e ^{ab}	von den Photoelektronen im Absorber abgegebene Energie *)
E _e ^{ent}	aus dem Absorber durch Photoelektronen verloren- gegangene Energie *)
E _e ^ü	gesamte auf Photoelektronen übertragene Energie
I	Energieflußdichte (Intensität) in cal/cm ² sec oder J/cm ² sec
L	Wärmequellendichte in cal/cm ³ sec oder J/cm ³ sec
R	universelle Gaskonstante
R _{max}	praktische Reichweite der Elektronen
S	Energiefluß in cal/sec oder J/sec
S _s	Energiefluß infolge Wärmestrahlung
T _p	Temperatur des Absorbers
T _M	Temperatur des Kalorimetermantels
W	Weg der gestreuten Quanten im Absorber
a	Konstante in der Eichgleichung für die Thermoelemente
b	Konstante in der Eichgleichung für die Thermoelemente
c	Konstante in der Eichgleichung für die Thermoelemente

*) Gelegentlich wurde, um eine Häufung der Indices zu vermeiden, der Hinweis auf das Elektron in Klammer hinter das Energiesymbol angefügt.

c_p	spezifische Wärme bei konstantem Druck
f_{Index}	Fehler der entsprechenden Größe
k	Abkühlkonstante des Systems in sec^{-1}
k_a	Korrektionsfaktor für Absorptionsverluste
k_{ch}	Korrektionsfaktor für den kalorischen Defekt
k_{str}	Korrektionsfaktor für die Streuverluste
l	Abstand Absorber-Mantel
m	Masse des Absorbers
p	Druck
r_1	Meßblendenradius
r_2	Absorberradius
r_3	Radius der Glühwendel der Röntgenröhre
α	Konussteigung der Meßblende
β	Neigung der Anode
ϵ	Emissivität
η	Ausdehnungskoeffizient
κ	Wärmeleitfähigkeit
μ	linearer Schwächungskoeffizient
ν	Frequenz
ρ	Dichte
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante
σ_{Index}	entsprechender Wirkungsquerschnitt
τ	linearer Photoabsorptionskoeffizient
ψ	Thermospannung
ω	Ausbeutefaktor für Fluoreszenzquanten
ω'	Ausbeutefaktor für Augerelektronen

Darüber hinaus werden die üblichen Symbole für Koordination, Winkel u.ä. verwendet.

I. Einleitung und Problemstellung

Das Strahlungsfeld einer Röntgenröhre oder einer radioaktiven Quelle wird unter anderem charakterisiert durch die spektrale Energieflußdichte (Intensität). Verschiedene Methoden sind denkbar, um die Energieflußdichte zu ermitteln. Eine Möglichkeit, die Energieflußdichte auf direktem Wege zu messen, bietet die Kalorimetrie.

Außer zur Charakterisierung des Strahlungsfeldes benötigt man die Energieflußdichte, um bei bekannter Ionendosisleistung und bei bekanntem Massenenergieabsorptionskoeffizienten die Energie zur Bildung eines Ionenpaares in Luft zu berechnen (1, 29). Die Energieflußdichte muß auch bestimmt werden, wenn Angaben über die Energieabgabe einer radioaktiven Quelle, über den Nutzeffekt einer Röntgenröhre oder über das Energieäquivalent der Röntgeneinheit erhalten werden sollen (2, 3, 4).

Bis jetzt sind derartige Messungen vorwiegend an Quellen hochenergetischer Elektronen ($E > 5$ MeV) oder Photonen (Erzeugungsspannung > 200 kV) durchgeführt worden (5 - 13). Seit es Hochleistungsrontgenröhren mit Berylliumfenster gibt, werden jedoch zunehmend niederenergetische Röntgenstrahlungen (Erzeugungsspannung bis 60 kV) verwendet, und zwar hauptsächlich für strahlenchemische und strahlenbiologische Untersuchungen. Die Interpretation der Versuchsergebnisse setzt aber gerade eine genaue Kenntnis der Energieflußdichte voraus. Dabei ist es von Vorteil, daß diese fundamentale physikalische Größe - im Gegensatz zur Gleichgewicht-Ionendosis - im gesamten Energiebereich unbeschränkt gültig und an keine Voraussetzungen (wie z.B. an das Elektronengleichgewicht) gebunden ist. Der Energiebereich unter 50 keV erscheint meßtechnisch noch deshalb interessant, weil die

Gleichgewicht-Ionendosis in diesem Gebiet nur schwer und ungenau zu ermitteln ist. Die Gleichgewicht-Ionendosisleistung wird nämlich häufig als Maß für die Strahlungsleistung einer Röntgenröhre oder einer radioaktiven Quelle verwendet*).

Das erste Mal wurde 1903 ein Kalorimeter für kernphysikalische Untersuchungen verwendet, und zwar von P.CURIE und A.LABORDE (14) zum Nachweis, daß die von Radium erzeugte Wärme von der Absorption der beim Zerfall frei werdenden Strahlung herrührt. Eine Zusammenstellung von Arbeiten über Kalorimeter, bei denen sich die radioaktive Quelle im Kalorimeter befindet, gibt O.E.MYERS (15) an.

Über kalorimetrische Messungen im Energiebereich unter 50 keV sind in den letzten Jahren nur wenige Veröffentlichungen erschienen. Bei allen wurde die Intensität mit einer Genauigkeit von etwa 2% und einer Reproduzierbarkeit von etwa 0,25% bestimmt (16, 17, 18, 19, 20).

Aufgabe der vorliegenden Arbeit war die Entwicklung eines Kalorimeters, mit dem es gelingt, die Energieflußdichte einer Röntgenstrahlung mit einer Erzeugungsspannung bis zu 60 kV absolut zu messen, und zwar mit einem Fehler von nicht mehr als 1%. Um eine solche bisher nicht erzielte absolute Genauigkeit zu erreichen, war es notwendig, die einzelnen Fehler, insbesondere die durch Streuverluste und Wärmeverluste hervorgerufenen Fehler, wesentlich besser zu bestimmen und ausführlicher zu diskutieren, als dies bisher geschehen ist.

*) Daneben wird sie noch als Maß für die Dosisleistung gebraucht. Sie ist jedoch weder ein Maß für die Energieflußdichte noch für die Dosisleistung; beide können aber aus ihr ermittelt werden. Die Genauigkeit des Primärstandards für die Gleichgewicht-Ionendosis der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt beträgt dabei im Gebiet unterhalb 50 keV zur Zeit $\pm 3\%$.

Das in dieser Arbeit beschriebene Kalorimeter geht auf ein 1956 von H. Pauly ebenfalls zur Messung der Energieflußdichte entwickeltes Kalorimeter zurück (17, 18). Die Messungen erfolgten seinerzeit sowohl im stationären als auch im nicht stationären Zustand. Die absorbierte Energie wurde aus der Spannungsänderung eines Thermoelementes gewonnen und außerdem mit der freigesetzten Energie einer elektrischen Ersatzheizung verglichen. Die erzielte Genauigkeit in der Intensitätsbestimmung lag bei jenem Kalorimeter bei 2%.

Mit dem in dieser Arbeit dargestellten Kalorimeter gelang es, die Intensität mit einem Fehler von weniger als 0,5% zu ermitteln.

II. Methodik

1. Bestimmungsgleichung für die Energieflußdichte

Wird in einem festen Körper oder in einer Flüssigkeit Strahlung absorbiert, so wird die zugeführte Energie E_a in Wärme umgesetzt oder zu strahlenchemischen Reaktionen und anderen strukturellen Veränderungen verwendet; es gilt:

$$E_a = E_q + E_{ch}, \quad (1a)$$

wobei E_a die absorbierte Energie,

E_q den in Wärme umgesetzten Anteil der zugeführten Energie und

E_{ch} den zu Änderungen des chemischen Zustandes verwendeten Anteil der zugeführten Energie

bedeuten.

Will man die an einer bestimmten Stelle im Strahlungsfeld vorhandene Energieflußdichte (Intensität*) I über die absorbierte Energie bestimmen, so gilt entsprechend der Gleichung (1a):

$$I = I_q + I_{ch} + I_{str}, \quad (1b)$$

wobei I die Energieflußdichte am Meßort,

I_q den absorbierten und in Wärme umgesetzten Anteil,

I_{ch} den absorbierten und zu chemischen Änderungen verwendeten Anteil und

I_{str} den nicht absorbierten Anteil

darstellen.

*) Nach DIN 6814 Blatt 2 wird, um Verwechslungen zu vermeiden, statt der bisher üblichen Benennung "Intensität" die Benennung "Energieflußdichte" eingeführt, da "Intensität" noch in anderer Bedeutung gebraucht wird. Die Dimension der Energieflußdichte ist

$$\frac{\text{J}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \text{ oder } \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} .$$

In die Größe I_{str} sind zunächst die Verluste durch unvollständige Absorption, durch "gestreute" Quanten (klassische Streuung, Compton-Streuung, Fluoreszenzstrahlung) und durch Sekundärelektronen (Photo- und Augerelektronen) zusammengefaßt.

Die Größe I_q kann bestimmt werden aus der Temperaturänderung des Absorbers.

Nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik gilt:

$$dU = q - p \cdot dV + w; \quad (2)$$

in der Gleichung (2) steht das Symbol

dU	für die Änderung der inneren Energie des Systems,
q	für die dem System zugeführte Wärme,
$-pdV$	für die am System geleistete Volumenarbeit und
w	für alle weiteren am System geleisteten Arbeitsbeträge.

Mit der Enthalpie

$$H = U + p \cdot V$$

folgt aus Gleichung (2) bei konstantem Druck und $w = 0$:

$$dH = q. \quad (3)$$

Die spezifische Wärme $c_p(T)$ ist definiert durch:

$$c_p(T) = \frac{1}{m} \cdot \left(\frac{\delta H}{\delta T} \right)_p, \quad (4)$$

dabei bedeutet

m	die Masse des bestrahlten Stoffes und
T	die absolute Temperatur.

Aus den Gleichungen (3) und (4) folgt (mit $dp = 0$):

$$q = m \cdot c_p(T) \cdot dT \quad (5a)$$

oder bezogen auf den ausgeblendeten Querschnitt A des Strahlenfeldes:

$$\frac{q}{A} = I_q \cdot dt = \frac{m}{A} \cdot c_p(T) \cdot dT \quad (5b)$$

Durch Differentiation der Gleichung (5b) nach der Zeit erhält man

$$I_q = \frac{d}{dt} \cdot (I_q \cdot dt) = \frac{\dot{q}}{A} = \frac{m \cdot c_p(T)}{A} \frac{dT}{dt} \quad (6)$$

Gleichung (6) erlaubt es, den in Wärme umgesetzten Anteil der Energieflußdichte I_q über die Temperaturerhöhung des Absorbers zu messen, wenn die Masse, die spezifische Wärme und der Strahlquerschnitt bekannt sind. Die beiden anderen Anteile, I_{ch} und I_{str} , müssen durch weitere Messungen bestimmt oder berechnet werden. Dabei sind - von extremen Fällen abgesehen - I_{ch} und I_{str} sowohl proportional der einfallenden Energieflußdichte I als auch proportional dem in Wärme umgesetzten Anteil I_q .

Da Meßblende und Absorber räumlich getrennt sind, muß der Bestimmungsgleichung für I noch ein weiterer Term I_a hinzugefügt werden, der die Absorption zwischen Meßort und Absorber berücksichtigt. Es gilt dann:

$$I = I_q + I_{ch} + I_{str} + I_a \quad .$$

Mit den Proportionalitätskonstanten

$$k_{ch} = \frac{I_{ch}}{I_q}, \quad k_{str} = \frac{I_{str}}{I_q} \quad \text{und} \quad k_a = \frac{I_a}{I_q} \quad .$$

folgt:

$$I = I_q (1 + k_{ch} + k_{str} + k_a) .$$

Setzt man für I_a den Ausdruck aus Gleichung (6) ein, so wird.

$$I = m \cdot c_p(T) \frac{1}{A} \frac{dT}{dt} (1 + k_{ch} + k_{str} + k_a) . \quad (7)$$

Gleichung (7) stellt die Meßgleichung dar, aus der die Energieflußdichte ermittelt wurde.

In den folgenden Abschnitten wird nach der Erörterung der möglichen Meßmethoden zur Ermittlung der Energieflußdichte I (Abschnitt II.2) der Aufbau eines speziellen Kalorimeters zur Energieflußdichtemessung beschrieben (Abschnitt II.3). Im Abschnitt III wird die Genauigkeit der einzelnen Größen der Gleichung (7) bestimmt und diskutiert.

2. Allgemeine Bemerkungen zur kalorimetrischen Meßmethode

Ein Kalorimeter zur Messung der Energieflußdichte besteht im wesentlichen aus einem Absorber, der thermisch isoliert oder über einen definierten Wärmewiderstand in einem Kalorimetergefäß befestigt ist.

Bei vollkommener thermischer Isolation des Absorbers ist die zeitliche Änderung der Absorbertemperatur T_P proportional der Energieflußdichte I der einfallenden Strahlung:

$$\frac{dT_P}{dt} = \text{const.} \cdot I. \quad (8a)$$

Tatsächlich findet jedoch stets ein Wärmeaustausch zwischen Absorber und Umgebung statt, der Abweichungen von der strengen Proportionalität bewirkt:

$$\frac{dT_P}{dt} = \text{const.} \cdot I + \left(\frac{dT_P}{dt} \right)_{I=0}. \quad (8b)$$

Für $\left(\frac{dT_P}{dt} \right)_{I=0}$ kann bei kleinen Temperaturdifferenzen *)

das Newton'sche Abkühlungsgesetz angewendet werden.

Wenn T_M die Manteltemperatur und k die Abkühlkonstante des Systems bedeuten, so gilt:

$$\left(\frac{dT_P}{dt} \right)_{I=0} = -k(T_P - T_M). \quad (8c)$$

Mit Gleichung (8c) folgt aus Gleichung (8b)

$$\frac{dT_P}{dt} = \text{const.} \cdot I - k(T_P - T_M) \quad (8d)$$

*) Zur Definition "kleiner Temperaturdifferenzen" siehe Anhang 1.

Man unterscheidet drei verschiedene Kalorimetertypen:

- a. Beim adiabatischen Kalorimeter wird die Temperatur des Mantels und die des Absorbers gleich gehalten ($T_P = T_M$), aus Gleichung (8d) folgt dann

$$T_P = \text{const.} \cdot I \cdot t + \text{const.}'.$$

Der Vorteil des Verfahrens liegt darin, daß die Abkühlkonstante des Systems nicht bekannt sein muß. Dagegen ist der apparative Aufwand zur Herstellung und Kontrolle der Adiabasis erheblich.

- b. Wird die Temperatur des Kalorimetergefäßes konstant gehalten,* so bezeichnet man diese Methode als semiadiabatische Kalorimetrie.

Die Integration der Gleichung (8d) mit $T_M = \text{const.}$ ergibt die Beziehung:

$$T_P = T_M + \frac{\dot{q}}{c_p \cdot m \cdot k} (1 - e^{-kt}) . \quad (9)$$

Aus Gleichung (9) kann - bei konstantem k - der in Wärme umgesetzte Anteil I_q der Energieflußdichte gewonnen werden.

- c. Messungen im stationären Zustand bezeichnet man als isotherme Kalorimetrie. Für $t \rightarrow \infty$ wird die Temperaturdifferenz $T_P - T_M = \text{const.}$; aus Gleichung (9) erhält man mit $\frac{dT_P}{dt} = 0$ und $\dot{q} = \text{const.}$:

$$T_P - T_M = \frac{\dot{q}}{c_p \cdot m \cdot k} . \quad (10)$$

Um zu lange Meßzeiten zu vermeiden und um die Abküh-

*) Der Wärmefluß zwischen Absorber und Kalorimetermantel muß außerdem klein und korrigierbar sein.

lungskonstante berechnen zu können, wird meist ein definierter Wärmewiderstand zwischen Absorber und Kalorimetergefäß angebracht*).

Wegen des geringen apparativen Aufwandes wurde für die Bestimmung der Energieflußdichte im vorliegenden Fall ein semiadiabatisches Kalorimeter verwendet.

*) Dabei kann der Wärmewiderstand weder einfach noch genau bestimmt werden. Die Eichgenauigkeit für die Wärmeleitfähigkeit bei der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt beträgt $\approx 1\%$.

3. Beschreibung des Kalorimeters

Das zur Messung der Energieflußdichte gebaute Kalorimeter ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt. In der Mitte befindet sich der Absorber A, der die Form eines Topfes hat und aus Gold besteht. Der Topf hat einen Durchmesser von 1,5 cm, die Wandhöhe ist ebenfalls 1,5 cm; die Dicke des Bodens beträgt 0,1 cm, die der Wand 0,02 cm. Der Reinheitsgrad des Goldes ist 99,999%.

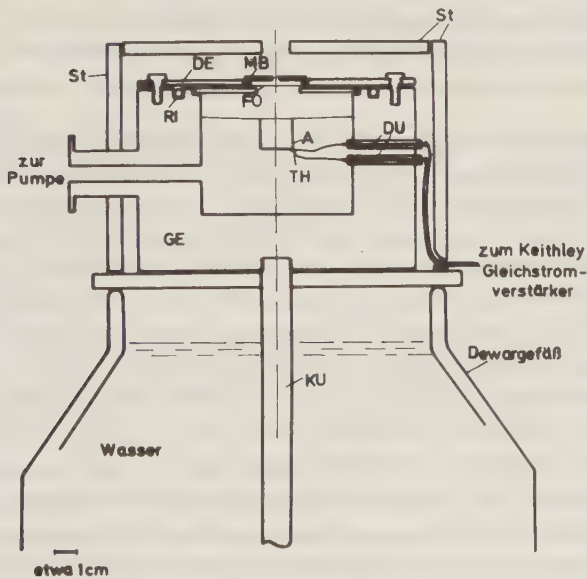


Abb.1: Schnittzeichnung des Kalorimeters mit thermischer Abschirmung und Dewargefäß zur Temperaturstabilisierung.
(A: Absorbertopf aus Gold; DE: Deckplatte; DU: isolierte Durchführungen; FO: Hostaphanfolie; GE: Kalorimetergefäß; KU: Kupferstab; RI: Dichtungsring; St: Styroporabschirmung; TH: Thermoelement.)

Der Topf hängt an 6 μ m dicken Seidenfäden im Kalorimetergefäß. Das Kalorimetergefäß GE besteht aus massivem Messing (4 kg). Nach oben ist das Gefäß mit einer 10 μ m Hostaphanfolie FO abgedeckt. Diese wird mit einem Dichtungsring RI an die Deckplatte DE gepreßt. In der Deckplatte befindet sich zentrisch eine Aussparung für die Meßblende MB.

Über einen Pumpstutzen kann das Kalorimetergefäß evakuiert werden. Zur Temperaturmessung wird ein Thermoelement TH aus Chromnickel/Konstantan verwendet. Die Meßlötstelle des Thermoelements wurde am Boden des Absorbers mit Tesafilm angebracht. Die Bezugslötstelle wird von den eng beieinanderliegenden elektrisch isolierten Durchführungen DU für das Thermoelement gebildet.

Zur Temperaturstabilisierung der Bezugslötstelle und des Kalorimetergefäßes ist das Kalorimeter nach außen durch Styropor ST abgeschirmt. Oben befindet sich in der Styroporabschirmung eine Aussparung für den Strahleintritt. Um die Temperaturstabilität noch weiter zu verbessern, wurde die Wärmekapazität des Kalorimetersystems durch einen im Boden des Kalorimeters eingeschraubten massiven Kupferstab KU erhöht, der in ein mit 10 l Wasser gefülltes Dewargefäß eintaucht. Um die Wärmeleitung zwischen Vakuumpumpe und Kalorimeter zu vermindern, wurde als Verbindung ein Glasrohr verwendet.

Das Kalorimeter ist gegen die LEYBOLD-Pumpe DO-30L/D1, bestehend aus einer Vorpumpe und einer Diffusionspumpe, durch Styropor abgeschirmt. Der erreichte Druck betrug weniger als 10^{-4} Torr.

Das Signal des Thermoelements wurde über ein 2 Meter langes abgeschirmtes Kabel auf den Eingang des KEITHLEY-Gleichspannungsverstärkers Modell 140 gegeben. Die maximale Verstärkung beträgt bei diesem Gerät 10^5 , bei

einer Genauigkeit der Verstärkung von 0,01% bezogen auf den Vollausschlag.

Zur Beobachtung des zeitlichen Verlaufs der Thermospannung wurde das Ausgangssignal des Verstärkers von einem Schreiber (Linecomp der Firma Hartmann & Braun) aufgezeichnet. Die Meßgenauigkeit des Schreibers wird mit 0,25% vom Meßbereichsumfang angegeben.

Parallel dazu ist ein Digitalvoltmeter Modell W 51 A der Firma Wagner, Berlin, mit einem Drucker der Firma Kienzle, Modell D 11-E geschaltet. Die Fehlergrenze des Digitalvoltmeters erlaubt den Meßwert auf 0,005% bzw. auf ± 1 Digit genau festzulegen.

Im Voltmeter ist ein Zeitmarkengeber eingebaut, der wahlweise alle 0,5, 1 oder 5 Sekunden den Befehl zum Ausdrucken des angezeigten Wertes gibt. Die Zeitintervalle werden von einem Schwingquarz mit einer Genauigkeit von 10^{-5} gesteuert.

Zwischen der Röhre und der Meßblende am Kalorimeter befinden sich zwei weitere Blenden B_1 und B_2 zur Begrenzung des Strahlenbündels und zur Abschirmung der Streustrahlung. Die röhrennahe Blende dient dabei zur ersten Begrenzung des Strahlenbündels. Die Blenden sind gegen das Kalorimeter thermisch isoliert. Die zweite Blende mit konischer Bohrung hat einen Abstand von 2 cm von der Meßblende. Der Durchmesser beider Blenden wurde so gewählt, daß die Öffnung der Meßblende sicher nicht im Halbschattengebiet der beiden Blenden B_1 und B_2 lag (Abbildung 2). Zur leichteren Justierung ist die zweite Blende und die Meßblende

in ein Kunststoffrohr eingepaßt.

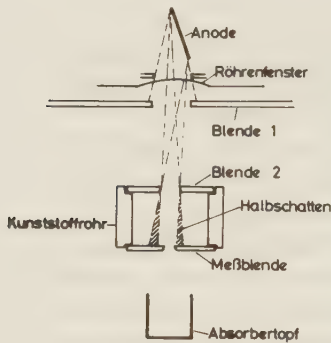


Abb.2:
Anordnung der Röntgenröhre,
der Blenden und des Absor-
bers zueinander
(etwa maßstabsgetreu).

Von den verschiedenen, im Strahlengang befindlichen Blenden kommt vor allem der Meßblende entscheidende Bedeutung zu, da sie den Strahlengang begrenzt und den Meßort festlegt.

Durchmesser der Meßblende

Die Größe des Blendendurchmessers ist nach oben und unten begrenzt, und zwar darf einerseits der Strahlquerschnitt am Absorberort keinesfalls größer als der Absorber sein, und andererseits muß die absorbierte Energie ausreichen, um in der Meßzeit mindestens eine Temperaturerhöhung von $0,2^{\circ}\text{C}$ zu erzeugen. Bei dieser Änderung wird die höchste Genauigkeit in der Temperaturmessung erreicht. Die Temperaturerhöhung von $0,2^{\circ}\text{C}$ während etwa 200 Sekunden kann nur durch Variation des Blendendurchmessers erzielt werden, da die anderen Größen - nämlich die Masse m und die spezifische Wärme c_p des Absorbers und die maximale

Leistung der Röhre $I_{\max}$ -, von denen der Temperaturanstieg abhängt, schon festgelegt sind. Damit erhält man für die Blendenfläche $A_{\min}$ aus Gleichung (6):

$$A_{\min} = \frac{c \cdot p \cdot m}{I_{\max}} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad (11)$$

Mit der Masse und der spezifischen Wärme des Kalorimeters und einer Energieflußdichte von etwa $8,4 \cdot 10^{-3} \text{ J/cm}^2 \text{ sec}$ errechnet sich für die untere Grenze des Blendendurchmessers $s_{\min}$:

$$s_{\min} \sim 0,3 \text{ cm.}$$

Der größte Blendendurchmesser ist abhängig von der geometrischen Anordnung, und zwar vom Absorberdurchmesser, vom Fokusbereich, vom Abstand Fokus - Meßblende, vom Abstand Meßblende - Absorber und von der Lage des Fokusmittelpunktes zum Blendenmittelpunkt (siehe Abbildung 3). Aus der Abbildung kann für den maximalen Blendendurchmesser $s_{\max}$ abgeleitet werden*):

$$\frac{s_{\max}}{2} = r_1 = \frac{br_2 - ac}{b+c}$$

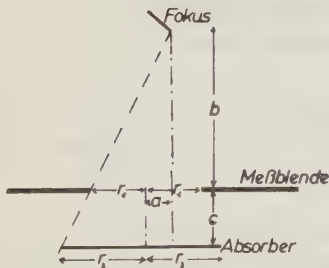


Abb.3:
Anordnung vom Fokus, Meßblende und Absorber zur Berechnung des maximalen Durchmessers der Meßblende.

*) a, b und c sind hier in anderer Bedeutung verwendet als in der Eichgleichung für die Thermoelemente; siehe Gleichung (13) auf Seite 28.

Der Abstand Blende - Absorber betrug etwa 4 cm; der Abstand der Fokusunterkante von der Achse Röhrenfenstermitte - Blendenmitte - Absorbermitte überschritt bei der Röhre AG/W 61 0,5 cm nicht. Mit den Werten von 0,75 cm für den Absorberradius r_2 und 9 cm (bzw. 6 cm) für den Abstand b erhält man für $s_{\max}$:

$$s_{\max} \approx 0,7 \text{ cm (bzw. } \approx 0,5 \text{ cm)}.$$

Damit gilt für den Blendendurchmesser s:

$$0,3 \text{ cm} < s < 0,7 \text{ cm} . \quad (12)$$

Dicke und Form der Meßblende

Die ideale Meßblende sollte einerseits unendlich dünn sein, um an den Blendeninnenrändern keine Streu- und Fluoreszenzstrahlung entstehen zu lassen, andererseits sollte sie so dick sein, daß die Blende die Strahlung außerhalb der Blendenöffnung sicher abschirmt.

Die Blendendicke reicht sicher dann aus, wenn von der höchsten im Spektrum vorkommenden Energie nur 0,1% die Blende durchdringt. Mit den Schwächungskoeffizienten für Gold bzw. Blei folgt für die notwendige Dicke d:

$$d_{\text{Au}} = 0,07 \text{ cm};$$

$$d_{\text{Pb}} = 0,08 \text{ cm}.$$

Um den Meßort eindeutig festzulegen und um den Anteil der Streustrahlung von den Blendenrändern möglichst klein zu halten, wird man die Blendenbohrung nicht

zylindrisch, sondern konisch herstellen. Der Konus soll dabei die größte Konizität*) haben, die durch irgendeinen Strahl vom Fokus durch den Blendenrand gegeben wird. Nur dann werden alle die Blendenöffnung treffenden Strahlen auch durch die Blende treten (siehe Abbildung 4). Nur bei punktförmigem Fokus ergibt sich eine einfache Bedingung für die Konizität der Blende.

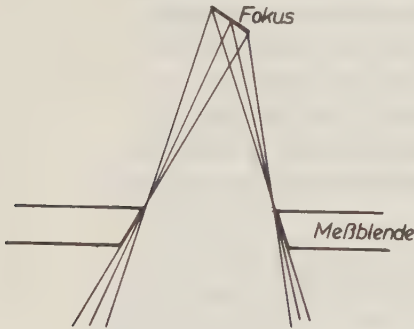


Abb.4:
Veranschaulichung der
geeigneten Meßblenden-
bohrung.

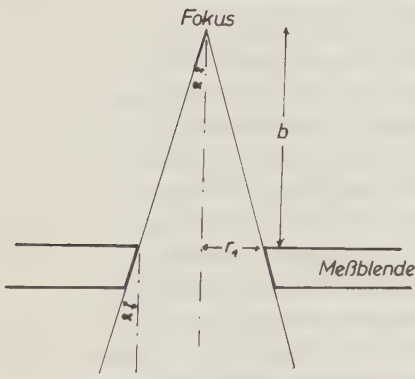


Abb.5:
Zur Ableitung der Bedin-
gung für die Konusstei-
gung auf Seite 22.

*) Konizität: $u = \operatorname{tg} \alpha$ (siehe Abbildung 5)

Aus Abbildung 5 folgt für den Winkel α :

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{r_1}{b}.$$

In der Praxis besitzt der Fokus jedoch eine endliche Ausdehnung; er liegt darüber hinaus nicht immer symmetrisch zum Röhrenaustrittsfenster. Die Konizität wird jedoch davon - wie in Anhang 8 gezeigt wird - wenig beeinflusst. Die verwendeten Blenden haben eine Konussteigung von $1,5^\circ$. Die Blendenoberseite, d.h. die engste Stelle der Blende, legt den Meßort fest.

Als Blendenmaterial wurde Hartblei (mit 2% Antimon) verwendet, das sich gut verarbeiten läßt. Wegen seiner Festigkeit ist es verhältnismäßig unempfindlich gegen mechanische Beschädigungen.

Die Justierung erfolgte zentrisch zum Lot durch die Mitte des Röhrenfensters. Röhrenfenster, Blende und Absorber befanden sich in parallelen Ebenen. Abbildung 2 zeigt schematisch die Meßanordnung mit Röntgenröhre, Meßblende und Absorber.

Als Strahlenquelle wurde eine Röntgenröhre AG/W 61 der Firma Siemens benutzt. Die Röhre hat eine maximale elektrische Leistung von 2,4 kW, eine Wolfram-anode und ein Berylliumfenster von 0,1 cm Dicke. Die Anode befindet sich nicht in der Röhrenachse, sondern liegt fensternah und hat eine Neigung gegen die Horizontale von 71° . Als Hochspannungserzeuger dient ein Kristalloflex IV-Versorgungsgerät der Firma Siemens. Die Regelung des Stromes bei Veränderung der Hochspannung erfolgt durch einen Compoundierungszusatz. Die Stabilität der Hochspannung und des Stromes liegt innerhalb $\pm 0,03\%$. Die abgegebene Strahlungsleistung der Röhre verändert sich in den ersten 20 Minuten um etwa 1% (Ausdehnung der Glühwendel u.ä.), danach bleibt sie konstant.

III. Messung der Bestimmungsgrößen

1. Temperatur-und Zeitmessung

1.1 Auswahl des Thermometers

Die Auswahlkriterien für ein Thermometer zur Messung kleiner Temperaturänderungen (10^{-3}°C - 10^{-1}°C) des Absorbers sind:

- a. Das Thermometer muß möglichst trägheitslos der Temperaturänderung des Absorbers folgen.
- b. Das Thermometer darf die Temperaturverteilung im Absorber nicht verändern, d.h. seine Wärmekapazität muß klein sein und seine Zuführungen müssen schlecht wärmeleitend sein.
- c. Das Thermometersignal soll möglichst groß sein.
- d. Die Anzeige soll möglichst eine lineare Funktion der Temperatur sein.
- e. Das Thermometer soll möglichst strahlenunempfindlich sein.

Vier verschiedene Thermometer werden zur Messung kleiner Temperaturdifferenzen verwendet.

- a. Beckmann-Thermometer scheiden wegen ihrer großen Masse aus. Sie werden nur bei adiabatischen Kalorimetern zur Messung der Manteltemperatur verwendet.
- b. Halbleiterwiderstände (Thermistoren) werden mit hinreichend kleiner Masse (0,02% der Absorbermasse) hergestellt und sind genügend empfindlich. Der Zusammenhang zwischen Widerstandsänderung und Temperaturänderung ist jedoch exponentiell. Außerdem muß bei Thermistoren die Widerstandsänderung pro Temperaturintervall in Abhängigkeit der akkumulierten Dosis überprüft werden.
- c. Widerstandsthermometer sind im hier betrachteten Energiebereich strahlenunempfindlich. Die Wider-

standsänderung pro Grad Celsius ist noch hinreichend groß, um mit einer Wheatstone-Brücke oder einem Potentiometer mit Standardwiderstand gemessen werden zu können.

Zur Messung der Temperaturänderung des Absorbers wurde ein Thermoelement verwendet:

- d. Thermoelemente können mit sehr kleiner Masse hergestellt werden (0,1 - 0,01% der Absorbermasse); sie folgen fast trägheitslos der Temperatur und beeinflussen die Temperaturverteilung des Absorbers nicht. Die Thermospannung ist in kleinen Bereichen nahezu eine lineare Funktion der Temperatur. Eine Spannungsänderung von etwa 0,4 μV (zB.: Chrom-Nickel-Eisen-Legierung gegen Konstantan) bei einer Temperaturänderung von $1/100$ °C kann noch gut gemessen werden. Thermoelemente werden unter extremen Bedingungen (zB. in Kernreaktionen) verwendet und erweisen sich, abgesehen von Isolationsschäden, als strahlenunempfindlich*).

1.2 Auswahl des Thermoelements

Wegen der geringen Wärmeleitfähigkeit und der hohen Thermospannung sind Chromnickel-Stahl gegen Konstantan die geeignetsten Thermoelementmaterialien.

*) Eine zusätzliche Spannungsdifferenz wie beim Hess'schen Röntgenelement (28) kann nicht auftreten, da Thermoelement und Absorber elektrisch leitend verbunden sind. Außerdem müßte sich beim Ein- bzw. Abschalten der Strahlenquelle diese zusätzliche Spannung bemerkbar machen. Bei den meisten Versuchen war zudem das Thermoelement außerhalb des Strahles.

Die Drähte wurden bezogen von der Firma Isabellenhütte, Dillenburg. Als Drahtquerschnitt wurde $30\text{ }\mu\text{m}$ gewählt; Drähte dieses Querschnitts lassen sich gerade noch gut handhaben. Wenige Zentimeter des Thermoelements stehen im thermischen Kontakt mit dem Absorber; die Wärmekapazität dieses Stückes errechnet sich zu $\text{ca } 2,1 \cdot 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{°C}}$; diese Wärmekapazität ist gegenüber der Wärmekapazität des Absorbers (die Wärmekapazität des Absorbers betrug etwa $0,65 \frac{\text{J}}{\text{°C}}$) zu vernachlässigen.

1.3 Eichung der Thermoelemente

Die Versuchsanordnung zur Eichung von Thermoelementen zeigt das Blockschaltbild 6. Bei der Eichung der Thermoelemente waren Drähte von ca 20 cm Länge notwendig. Hierbei waren die beiden Schenkel nur durch ein Fließpapier (ca 0,03 mm) getrennt. Die Drähte waren gemeinsam durch einen Isolierschlauch gezogen. Zur besseren Handhabung war die Bezugslötstelle in ein dünnes, kurzes Messingröhrchen eingelötet. Die beiden Lötstellen des Thermoelements befanden sich in je einem kleinen Kupferzylinder (siehe Abbildung 6), die ihrerseits in Doppeldewars steckten. Deckel aus Styropor deckten die Dewargefäße oben ab.

Das eine Dewargefäß enthielt eine Eis-Wassermischung und die Bezugslötstelle. Um von außen kommende Temperaturstörungen möglichst zu dämpfen, waren die Zuführungen in ein langes Kupferrohr eingequetscht.

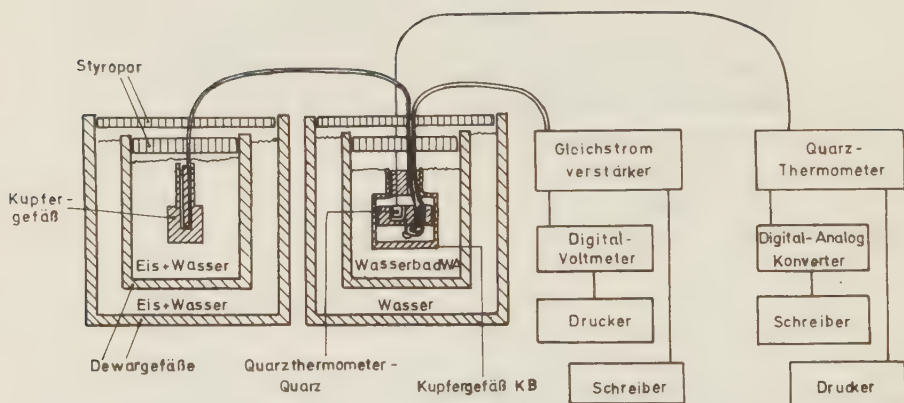


Abb.6: Blockschaltbild der Anordnung zur Eichung der Thermoelemente; auf der linken Seite sind die beiden Doppeldewars mit den Kupferzylindern angedeutet. Das rechte Kupfergefäß enthält die Bezugschlötstelle mit dem Quarzthermometer zur Kontrolle des Eispunktes.

Die Abbildung 7 zeigt schematisch den Kupferzylinder. Die Eis-Wassermischung wurde, wie in der Literatur beschrieben (siehe zB. (23)), hergestellt; der Eispunkt läßt sich so auf $\pm 0,001^\circ\text{C}$ genau darstellen. Übliche Änderungen des Luftdruckes spielen keine Rolle (siehe Anhang 9). Die Abweichung der Temperatur vom Eispunkt, gemessen mit einem Quarzthermometer der Firma Hewlett & Packard, war kleiner als $1/1000^\circ\text{C}$ während 2 Stunden.

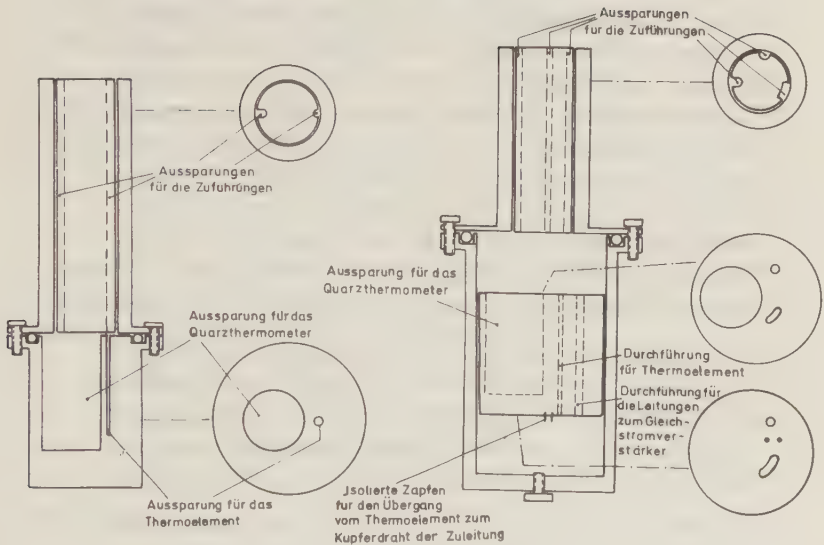


Abb.7: Längsschnitt durch den Kupferzylinder für die Meßlötstelle; daneben sind zwei Querschnitte angedeutet.

Abb.8: Längsschnitt durch den Kupferzylinder für die Bezugslötstelle; daneben sind drei Querschnitte angedeutet.

Das zweite Dewargefäß enthielt den Kupferzylinder mit der Meßlötstelle und dem Quarzthermometer. Der Abgriff am Thermoelement führte zu demselben Ver-

stärker, der auch in der Meßanordnung zur Energieflußdichtebestimmung verwendet wurde. Das Ausgangssignal wurde über das bereits erwähnte Digital-Voltmeter dem Kienzle-Drucker zugeführt und ausgedruckt. Abbildung 8 zeigt den Kupfertopf mit den Aussparungen für die Zuleitungen zum Thermoelement und Quarzthermometer. Der Kupfertopf bringt Lötstelle und Quarzthermometer für die Eichung in engen thermischen Kontakt. Die Temperatur der Meßlötstelle wurde zwischen 0 und 30 °C variiert. Die Messung erfolgte nach Ausgleich der Temperatur zwischen Wasserbad WA und Kupfergefäß KB (Abbildung 6).

Dieser Ausgleich war am Schreiber gut zu beobachten und stellte sich nach etwa 10 min ein. Gleichzeitig mit der Thermospannung wurde die Temperatur registriert. Das verwendete Quarzthermometer erlaubte eine Messung der absoluten Temperatur mit einer Genauigkeit von $5/1000$ °C. (Kalibrierung gegen Primärstandard; Eichschein S/N 714 - 34 v. 20.6.67).

Die so erhaltenen Wertpaare wurden durch ein Polynom 2. Grades nach der Methode der kleinsten Quadrate angenähert. Ist ψ die Thermospannung und T die Temperatur, so gilt:

$$\psi = a + bT + cT^2 \quad (13)$$

In die Bestimmungsgleichung für die Energieflußdichte ist nur die Temperaturänderung einzusetzen. Durch Differentiation erhält man aus (13)

$$\frac{d\Psi}{dT} = b + 2cT . \quad (14)$$

Wiederholt man mehrmals die Eichung mit ein und demselben Thermoelement, so erhält man aus Gleichung (13) für b einen Wert von

$$b = (38,68 \pm 0,05) \frac{\mu V}{^{\circ}C}$$

und für c einen Wert von

$$c = (0,043 \pm 0,001) \frac{\mu V}{^{\circ}C^2} .$$

Angegeben ist jeweils der Mittelwert von vier Eichungen und der mittlere Fehler des Mittelwertes.

Bei Eichung fünf verschiedener Thermoelemente aus Material derselben Drahtrollen erhält man für

b bzw. c die Werte:

$$b = (38,66 \pm 0,07) \frac{\mu V}{^{\circ}C},$$

$$c = (0,044 \pm 0,0025) \frac{\mu V}{^{\circ}C^2}.$$

Aus diesen Messungen kann der Schluß gezogen werden, daß auf die Eichung des speziellen Thermoelements verzichtet werden kann, vorausgesetzt es werden immer Thermoelemente aus denselben beiden Drahtchar- gen angefertigt. Für die Temperaturdifferenz*) ΔT erhält man als Fehler

$$f_{\Delta T} = \frac{\Delta \Psi}{b+2cT} \left\{ \left(\frac{f_{\Delta \Psi}}{\Delta \Psi} \right)^2 + \left(\frac{f_b}{(b+2cT)} \right)^2 + \left(\frac{2Tf_c}{b+2cT} \right)^2 + \left(\frac{2cf_T}{b+2cT} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

f_{Index} bedeutet jeweils den Fehler der entsprechenden Größe. Bei einer Temperaturdifferenz von $\Delta T = 0,2^{\circ}C$ (Zimmertemperatur $T = 25^{\circ}C$; $f_T = 0,1^{\circ}C$; $\frac{f_{\Delta \Psi}}{\Delta \Psi} \approx 5 \cdot 10^{-4}$) erhält man für ein geeichtes Thermoelement

$$f_{\Delta T} = \pm 0,0004^{\circ}C$$

und für nicht einzeln geeichte Thermoelemente

$$f_{\Delta T} = \pm 0,0007^{\circ}C.$$

*) Der Übergang von dT nach ΔT ist innerhalb der Meßge- nauigkeit für kleine Temperaturdifferenzen zulässig; man findet

$$\frac{\frac{d\Psi}{dT}(25,2^{\circ}C) - \frac{d\Psi}{dT}(25,0^{\circ}C)}{\frac{d\Psi}{dT}(25,2^{\circ}C)} = 0,0004$$

1.4 Wahl des Ortes zur Temperaturmessung am Absorber

Die Befestigungsstelle für das Thermoelement am Absorber ist nur dann gleichgültig, wenn der Wärmeausgleich im Absorber unendlich schnell erfolgt. Dies ist jedoch nicht der Fall. Die endliche Wärmeausbreitungsgeschwindigkeit führt zu einer ortsabhängigen Zeitverzögerung des Temperaturanstiegs und zu einem Temperaturgefälle im Absorber. Experimentell kann man am Absorber einen Punkt suchen, für den der zeitliche Temperaturanstieg konstant ist (abgesehen von Wärmeverlusten, siehe III 1.5). Dieses Verfahren wurde von Engelke und Hohlfeld (29) bei der Energieflußdichtemessung von Cs ¹³⁷ Gammastrahlung angewandt.

Um einen Überblick über die Temperaturverteilung im Absorber zu bekommen, muß die Wärmeleitungsgleichung für die spezielle Form des Absorbers mit den entsprechenden Randbedingungen und der vorliegenden Wärmequellenverteilung gelöst werden. Die Wärmeleitungsgleichung lautet

$$\rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \operatorname{div} \operatorname{grad} T + L(x, y, z). \quad (15)$$

Die Symbole der Gleichung (15) sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

ρ	Dichte des Absorbers
c_p	spezifische Wärme des Absorbers
κ	Wärmeleitfähigkeit des Absorbers
T	Temperatur
t	Zeit
$L(x,y,z)$	Wärmequellenverteilung.

Als Rand- und Anfangsbedingung sei angenommen: keine Wärme fließe über den Rand ab (Aufhängung im Vakuum; keine Emissivität), und zur Zeit $t = 0$ sei die Temperatur im ganzen Absorber gleich.

Der Absorber hatte im allgemeinen die Form eines Topfes, auf dessen inneren Boden eingestrahlt wurde (siehe Abbildung 9):



Abb.9:
Absorbertopf mit Einstrahlrichtung und Lage der Achsen.

Gesucht ist die Temperaturverteilung in z- und r-Richtung in Abhängigkeit von der Zeit. Analytisch läßt sich dieses Problem nicht lösen. Auch zur numerischen Lösung wurde die Aufgabe in zwei Schritte zerlegt:

a. Temperaturverteilung in z-Richtung

Da die Dicke des Absorbers sehr viel geringer ist als die Ausdehnung in radialer Richtung, kann die Aufgabe auf die Lösung der Wärmeleitungsgleichung für die unendlich ausgedehnte Platte zurückgeführt werden:

$$\rho c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + L(z, t), \quad (16)$$

Die Randbedingungen lauten dabei

$$\partial T / \partial z = 0 \text{ für } z = 0 \text{ und } z = 0,1 \text{ mm.}$$

Die Wärmequellenverteilung wird bestimmt durch die Spektralfunktion der einfallenden Röntgenstrahlung und den frequenzabhängigen Absorptionskoeffizienten $\mu(\nu)$ *) des Absorbermaterials. Man kann dabei annehmen, die Energie werde am Absorptionsort deponiert und vollständig zur Erzeugung von Wärme verwendet.

Mit der spektralen Energieflußdichte $I(\nu)$ und der größten im Spektrum vorkommenden Frequenz $\nu_{\max}$ beträgt die Energieflußdichte I_0 der Röntgenstrahlung

$$I_0 = \int_{\nu=0}^{\nu=\nu_{\max}} I(\nu) d\nu$$

und die Wärmequellendichte

$$L(z) = \int_{\nu=0}^{\nu=\nu_{\max}} \mu(\nu) I(\nu) e^{-\mu(\nu)z} d\nu \quad . \quad (17)$$

Zur Vereinfachung wurde mit der Energieflußdichte einer monochromatischen Strahlung gerechnet. Diese monochromatische Strahlung entspricht in etwa der effektiven Energie des Röntgenbremsspektrums. Damit folgt aus Gleichung (17)

$$L(z) = \mu I_0 e^{-\mu z} \quad . \quad (18)$$

Die häufigst verwendete Erzeugungsspannung war 50 kV. Aus der ersten Halbwertsdicke wurde die effektive

*) Für das hier behandelte Problem sind Absorptions- und Schwächungskoeffizienten ihrem Zahlenwert nach praktisch gleich.

Energie der Strahlung zu etwa 15 keV bestimmt. Für diese Strahlung wurde die Wärmeleitungsgleichung

$$\rho c_p \frac{T}{t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \mu I_0 e^{-\mu z} \quad (19)$$

mit den zugehörigen Rand- und Anfangsbedingungen numerisch gelöst (siehe Anhang 2)*).

Abbildung 10 zeigt das Ergebnis der Rechnung. Aufgetragen ist die relative Abweichung von der Anfangstemperatur (Zimmertemperatur) gegen die relative Tiefe im Absorber. Parameter ist die Zeit nach Bestrahlungsbeginn.

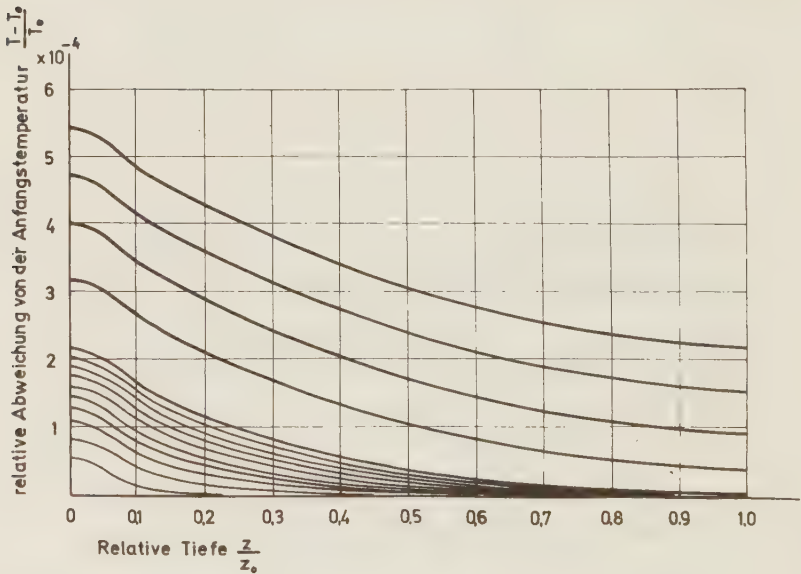


Abb.10: Temperaturprofil während der Bestrahlung (s.Text).

*) Herrn Dipl.-Phys.P.Milbers danke ich für die Hilfe beim Programmieren der Wärmeleitungsgleichung.

Der zeitliche Abstand zwischen den eng beieinanderliegenden Linien am Anfang beträgt 10^{-6} Sekunden. Nach 10^{-5} Sekunden beträgt die Schrittweite für die berechneten Kurven der Temperaturverteilung 10^{-5} Sekunden. Nach spätestens $2 \cdot 10^{-5}$ Sekunden wird im Absorber eine zeitlich konstante Temperaturänderung erreicht. Die Temperaturdifferenz zwischen der Ebene $z/z_0 = 0$ und der Ebene $z/z_0 = 1$ beträgt etwa $6 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}$ (z_0 : Dicke des Absorbers). Abbildung 11 gibt das Temperaturprofil nach Abschalten der Strahlung wieder. Der Ausgleich erfolgt sehr rasch; nach $4 \cdot 10^{-5}$ Sekunden weicht die Temperatur an keiner Stelle mehr als $10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}$ von der mittleren Temperatur ab. Den Temperaturverlauf für drei spezielle z/z_0 -Werte im Absorber zeigt die Abbildung 12. Hier sieht man deutlich, daß nach $2 \cdot 10^{-5}$ Sekunden die zeitliche Temperaturänderung konstant ist. An der Oberfläche nimmt der Quotient dT/dt zunächst ab, auf der Gegenseite nimmt er zu. Im Absorber läßt sich ein Punkt finden, für den praktisch die Temperaturänderung pro Zeitintervall während der ganzen Bestrahlung konstant ist (mittlere Kurve). Nach Abschalten der Strahlung laufen alle drei Kurven in $4 \cdot 10^{-5}$ Sekunden auf den gleichen Temperaturwert zu.

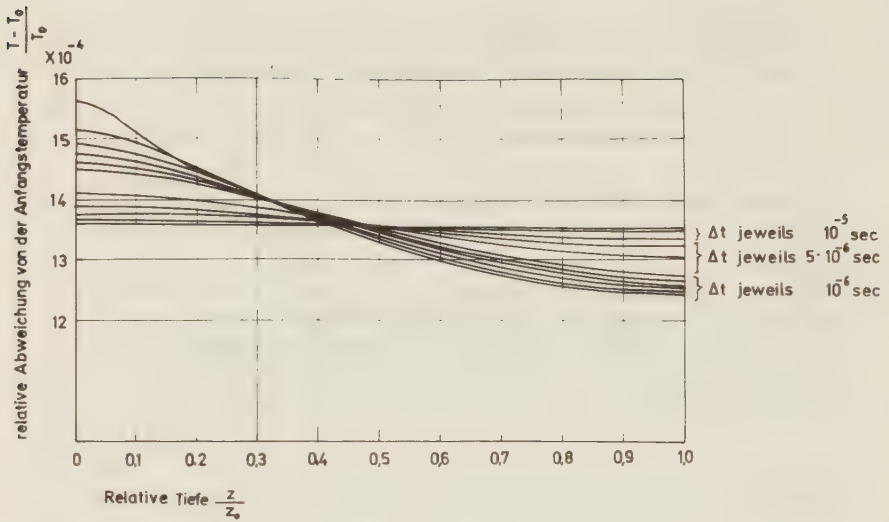


Abb.11: Temperaturprofil nach Abschalten der Strahlung; Parameter ist die Zeit nach Ende der Bestrahlung.

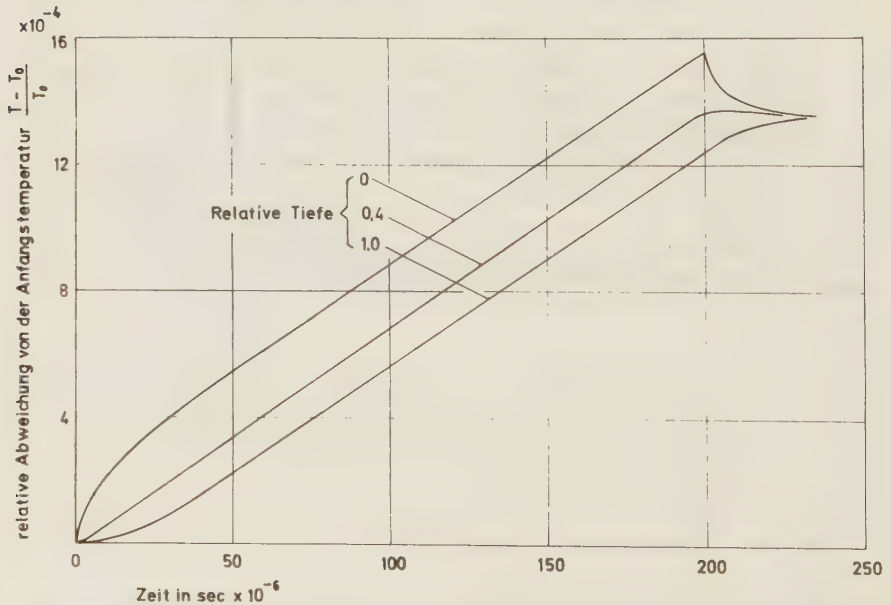


Abb.12: Temperaturverlauf für drei spezielle Stellen im Absorber.

b. Temperaturverteilung in radialer Richtung

Zur Berechnung der Temperaturverteilung in radialer Richtung wurden zwei Vereinfachungen vorgenommen:

- a. Die exponentielle Abnahme der Wärmequellendichte in z-Richtung wurde durch eine homogene Volumenheizung ersetzt.
- ß. Der Absorbiertopf wurde durch einen flachen Zylinder angenähert, dessen Dicke und Oberfläche der Dicke und Oberfläche des Topfes entsprechen sollen.

Die Wärmeleitungsgleichung lautet dann

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + I(r, t) . \quad (20)$$

Dabei sollen folgende Rand- und Anfangsbedingungen gelten:

keine Wärme fließe über den Zylinderrand ab, die Temperatur sei zu Beginn überall im Zylinder gleich,

Ein innerer Zylinder mit dem relativen Radius 0,25 stelle die homogene Wärmequelle dar (siehe Anhang 3).

Abbildung 13 zeigt wieder die Temperaturverteilung nach Einschalten der Heizung. Nach 10^{-1} Sekunden ändert sich die Form der räumlichen Temperaturverteilung nicht mehr.

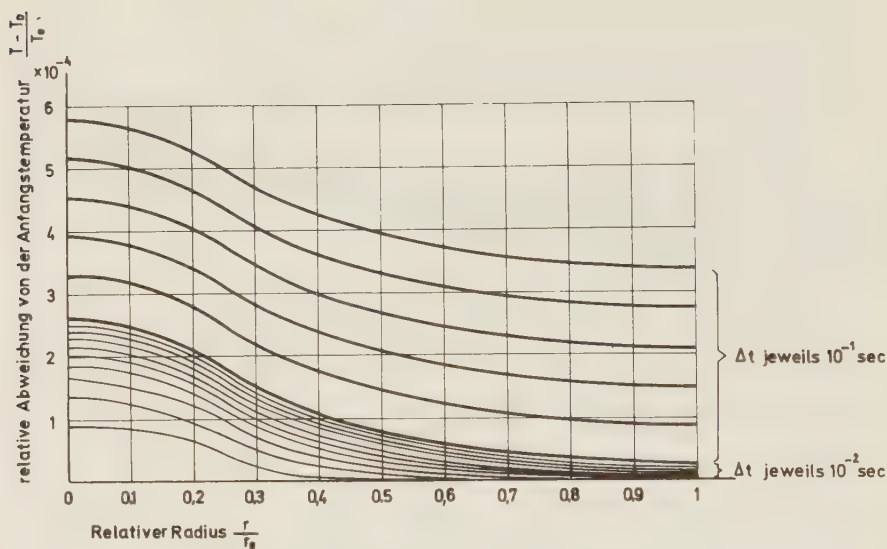


Abb.13: Temperaturprofil während der Bestrahlung;
Parameter ist die Zeit nach Bestrahlungsbeginn.

Die Temperaturdifferenz zwischen Zylindermitte und Zylinderrand beträgt etwa $3 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}$. Der Ausgleichsvorgang nach Abschalten der Heizung (Abbildung 14) erfolgt in ca 10^{-1} sec ; die Temperaturdifferenz zwischen Zylindermitte und -rand ist dann bereits kleiner als $10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Abbildung 15 zeigt für drei relative r/r_0 -Werte im Zylinder den Temperaturverlauf noch einmal.

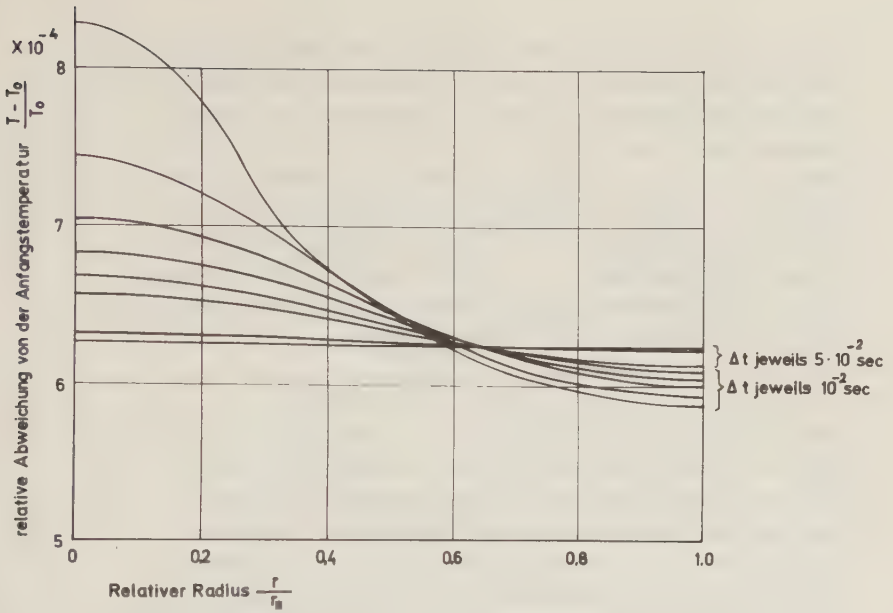


Abb.14: Temperaturprofil nach Abschalten der Strahlung;
Parameter ist die Zeit nach Ende der Bestrahlung.

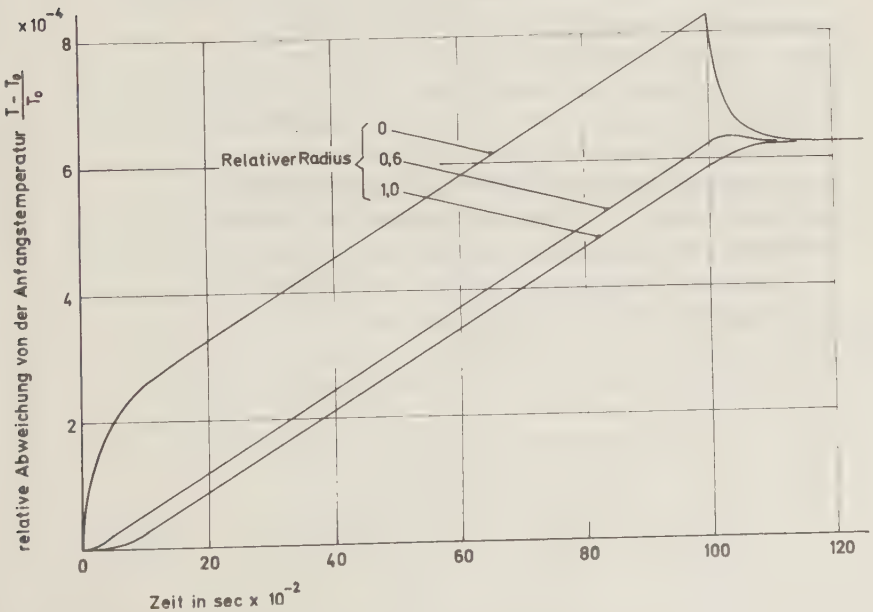


Abb.15: Temperaturverlauf für drei spezielle Stellen im Absorber.

Die Berechnungen demonstrieren, daß der Meßort für die Temperaturänderung sorgfältig ausgewählt werden muß; je nach Meßort steigt die Temperatur am Anfang rascher oder langsamer als bei unendlich schnellem Wärmeausgleich. Es läßt sich jedoch ein Punkt finden (mittlere Kurve der Abbildung 12), dessen Temperatur zu jedem Zeitpunkt der mittleren Temperatur des Absorbers entspricht. An diesem Ort muß für genaue Messungen das Thermoelement angebracht werden (es sei denn man bestimmt die Temperaturänderung erst, wenn gilt: $dT/dt = \text{const.}$)

Der Ausgleich im Absorber erfolgt nach Abschalten sehr rasch. Es genügt deswegen auch, die Temperatur nach dem Ausgleich festzustellen; bei bekannter Bestrahlungszeit kann daraus die Temperaturänderung pro Zeit berechnet werden; diese Methode wurde für die Bestimmung von dT/dt hier angewendet und wird im Abschnitt III 1.5 näher ausgeführt.

Um den unterschiedlichen Temperaturanstieg an verschiedenen Orten des Absorbers im Experiment sichtbar zu machen, verwendet man statt Gold Blei. Blei hat eine um den Faktor 10 schlechtere Wärmeleitfähigkeit als Gold. Die Abbildung 16 zeigt zwei Kurven, diese geben den Temperaturverlauf an zwei verschiedenen Meßpunkten am Absorber wieder.

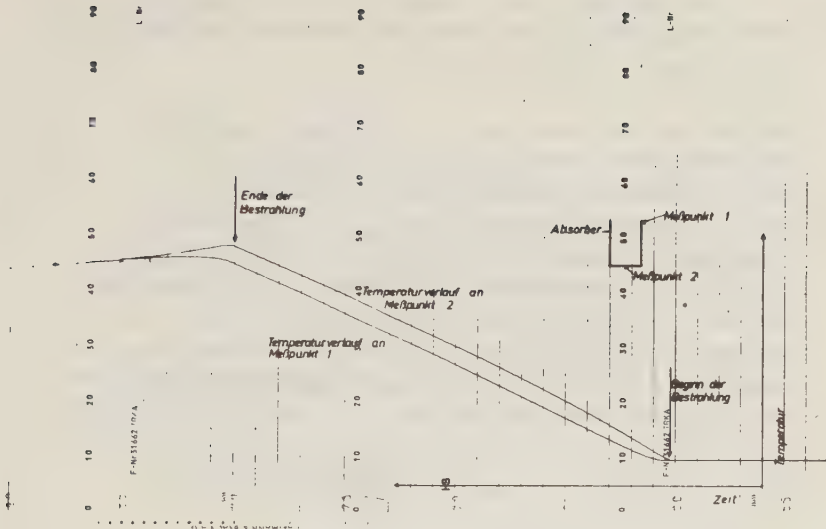


Abb.16: Experimentell erhaltener Temperaturverlauf für zwei Meßpunkte am Absorber. Rechts oben im Bild sind die Meßpunkte am Absorber angedeutet. Der verzögerte Temperaturanstieg am Meßpunkt 1 ist deutlich zu beobachten.

1.5 Wärmeverluste und Ermittlung von $\frac{\Delta T}{\Delta t}$

a. Wärmeverluste

Bei konstanter Temperatur des Kalorimetermantels können die im letzten Abschnitt verwendeten Randbedingungen des Absorbers nicht völlig zutreffen. Es werden Wärmeverluste auftreten, und zwar

durch Wärmeleitung der Restluft, der Aufhängung des Absorbers und der Zuleitungen des Thermoelements,

durch Konvektion und

durch Wärmestrahlung.

Um die Bedingungen eines semiadiabatischen Kalorimeters möglichst gut zu erfüllen, versucht man die Wärmeverluste klein zu halten.

Das Kalorimeter wurde auf $5 \cdot 10^{-5}$ Torr evakuiert. Die spezifische Wärmeleitfähigkeit von Luft (bei Zimmertemperatur) beträgt $3,54 \cdot 10^{-4}$ J/sec $^{\circ}\text{C}$ cm und ist praktisch druckunabhängig, bis die mittlere freie Weglänge der Moleküle in die Größenordnung der Gefäßdimensionen kommt. Bei $5 \cdot 10^{-5}$ Torr ist die mittlere freie Weglänge auf ca 100 cm angewachsen und damit weit größer als der Abstand Absorber - Kalorimetermantel. Für die spezifische Wärmeleitfähigkeit bei sehr niedrigen Drucken gilt nach (24)

$$\kappa_{\text{Luft}}(p, T) = \frac{3}{8} p \cdot \sqrt{\frac{3R}{MT}} l ,$$

dabei bedeutet

p	den Druck
R	die universelle Gaskonstante
M	das Molekulargewicht
T	die mittlere Temperatur und
l	den Abstand Absorber - Mantel.

Die Wärmeleitfähigkeit erhält man durch Multiplikation mit $A_1 \cdot g/l$; das Symbol A_1 steht für die Absorberoberfläche; durch g wird der Einfluß der speziellen geometrischen Anordnung von Absorber und Mantel berücksichtigt. Für konzentrische Zylinder

findet man (30):

$$g = \frac{1}{r \ln(1 + \frac{1}{r})} ,$$

wobei r den Zylinderradius bedeutet.

Die Wärmeleitfähigkeit der Luft bei $5 \cdot 10^{-5}$ Torr und 300°K berechnet sich damit zu $8,4 \cdot 10^{-6} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$.

Praktisch wird kein Wärmeverlust durch Konvektion auftreten, wenn der Druck klein genug ist, damit die Ungleichung (31)

$$(\frac{p}{760})^2 < \frac{16,2}{l^3 \Delta T}$$

erfüllt wird; dabei ist p in Torr und l in cm einzusetzen. Für $5 \cdot 10^{-5}$ Torr, l ca 2 cm und ΔT höchstens $0,2^\circ\text{C}$ ist diese Bedingung sehr gut erfüllt.

Verluste durch Wärmeleitung treten außerdem durch die Fäden auf, die den Absorber halten und durch die Drähte des Thermoelements. Der Absorber hängt an vier 2 cm langen Seidenfäden. Seide hat von allen geeigneten Materialien die kleinste spezifische Wärmeleitfähigkeit. Der Durchmesser der Fäden beträgt $6 \mu\text{m}$. Die Wärmeleitfähigkeit berechnet sich damit zu $21 \cdot 10^{-10} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$. Die Drähte des Thermoelements wurden, wie schon beschrieben, ebenfalls unter dem Gesichtspunkt der möglichst schlechten Wärmeleitfähigkeit ausgesucht. Bei $30 \mu\text{m}$ dicken Drähten, mit einer Länge von je 5 cm, erhält man eine Wärme-

leitfähigkeit von $2,1 \cdot 10^{-6}$ J/sec $^{\circ}\text{C}$.

Die Verluste durch Abstrahlung werden von der Emissivität ϵ_1 des verwendeten Absorbers bestimmt. Der Absorber besteht deswegen aus poliertem Gold, da es von allen geeigneten Materialien die kleinste Emissivität ($\epsilon_1 = 0,02$) hat. Für manche Versuche wurde auch Blei verwendet, das im Vergleich zu Gold eine hohe Emissivität ($\epsilon_1 = 0,05$ bis $0,28$) besitzt. Ist σ die Stefan-Boltzmann Konstante, so gilt für die Abstrahlung I_s eines nicht schwarzen Körpers:

$$I_s = \epsilon' A_1 \sigma \cdot (T_2^4 - T_1^4);$$

bei der Bestimmung von ϵ' muß auch die Energie mit einbezogen werden, die der Absorber aus seiner Umgebung aufnimmt. Nach (32) gilt für ϵ' bei konzentrischen Zylindern der Emissivität ϵ_1 bzw. ϵ_2 :

$$\frac{1}{\epsilon'} = \frac{1}{\epsilon_1} + \left(\left(\frac{1}{\epsilon_2} \right) - 1 \right) \frac{A_1}{A_2},$$

dabei bedeuten A_1 und A_2 die Oberflächen der beiden Zylinder.

Der Kalorimetermantel bestand aus poliertem Messing (ϵ_2 (Messing) = $0,05$); die Oberflächen der Zylinder betrugen $10,6 \text{ cm}^2$ bzw. 168 cm^2 . Damit erhält man für die Wärmeübertragung bei der benutzten Versuchsanordnung

$$12,6 \cdot 10^{-5} \text{ J/sec } ^{\circ}\text{C}.$$

Ein Vergleich der einzelnen Beiträge zum Wärmeverlust

zeigt, daß die Wärmestrahlung die anderen Anteile überwiegt:

Wärmeleitung durch Luft	$8,4 \cdot 10^{-6} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$
Konvektion der Luft	
Wärmeleitung durch die Aufhängung	$21 \cdot 10^{-10} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$
Wärmeleitung der Thermo- elementdrähte	$21 \cdot 10^{-7} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$
Wärmestrahlung	$12,6 \cdot 10^{-5} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$
Summe:	$134 \cdot 10^{-6} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$

Die Wärmeverluste der Anordnung wurden auch experimentell bestimmt. Eine Gegenüberstellung von experimentellen und berechneten Werten für verschiedene Absorberformen zeigt die nächste Tabelle:

	aus Experiment	durch Rechnung
Bleitopf	$148 \cdot 10^{-5} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$	$280 \cdot 10^{-5} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$
Gold- scheibchen	$200 \cdot 10^{-6} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$	$63 \cdot 10^{-6} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$
Goldtopf	$366 \cdot 10^{-6} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$	$138 \cdot 10^{-6} \text{ J/sec } ^\circ\text{C}$

Für Gold sind die experimentellen Werte im Vergleich zu den berechneten zu hoch. Dies kann damit erklärt werden, daß für die Emissivität der ideale Wert von 0,02 verwendet wurde. Dieser Wert müßte vermutlich wegen Verschmutzung höher liegen. Bei Blei mit einer Emissivität von 0,28*) spielt dagegen eine eventuelle

*) Statt der Emissivität von Blei wurde die Emissivität von Bleioxyd verwendet (= 0,28), da Blei an der Luft sofort oxydiert.

Verschmutzung keine Rolle mehr. Deshalb ist für Blei als Absorber die Übereinstimmung besser.

Die Wärmeübertragung des Systems bestimmt die Verluste. Mit dem berechneten Wert ergibt sich ein Wärmeverlust (Goldscheibchen, Bestrahlungszeit 60 Sekunden) von 0,7%, mit dem experimentellen Wert von 2,3%, bezogen auf die eingestrahlte Energiefluenz. Das heißt, bei der in dieser Arbeit geforderten Genauigkeit müssen die Wärmeverluste auf alle Fälle berücksichtigt werden.

b. Berücksichtigung der Wärmeverluste und Bestimmung von $\frac{\Delta T}{\Delta t}$

Im vorhergehenden Abschnitt wurde der Wärmeaustausch zwischen Absorber und Umgebung diskutiert. Jetzt soll die Frage beantwortet werden: Wie groß wäre der Temperaturanstieg pro Zeitintervall des Absorbers gewesen, wenn kein Wärmeaustausch stattgefunden hätte?

Mit der Abkürzung $D_o = \dot{q}/(c_p \cdot m)$ geht Gleichung (8d) über in

$$\frac{dT_P}{dt} = D_o - k (T_P - T_M) \quad . \quad (21)$$

Der Index o weist auf den beobachteten Temperaturanstieg ohne Wärmeverluste hin. Die Manteltemperatur T_M muß dabei konstant bleiben. Diese Forderung war im Experiment gut erfüllt. Über mehrere Stunden ließ sich eine Konstanz von 0,002 °C erreichen, während der Versuchsdauer von einigen Minuten schwankte die Temperatur um

weniger als 0,004 °C*).

Durch Integration von Gleichung (21) erhält man für den Temperaturverlauf während der Bestrahlung (mit der Anfangsbedingung $T_P = T_M$ für $t = 0$):

$$T_P = T_M + \frac{D_0}{k} (1 - e^{-kt}) . \quad (22)$$

Für die Temperaturänderung nach Abschalten der Strahlung gilt:

$$\frac{dT_P}{dt} = k(T_P^{(3)} - T_M) . \quad (23)$$

Durch Integration (mit der Anfangsbedingung $T_P^{(3)}$ zur Zeit $t_2 = T_P^{(3)}(t_2)$) folgt aus Gleichung (23):

$$T_P^{(3)} = T_M + (T_P^{(3)}(t_2) - T_M) e^{-k(t-t_2)} . \quad (24)$$

Der gesamte zeitliche Temperaturverlauf ist damit bekannt:

vor Beginn der
Bestrahlung

$$T_P^{(4)} = T_M = \text{const.}$$

während der
Bestrahlung

$$T_P^{(2)} = T_M + \frac{D_0}{k} (1 - e^{-kt})$$

nach Ende der
Bestrahlung

$$T_P^{(3)} = T_M + (T_P^{(3)}(t_2) - T_M) e^{-k(t-t_2)} .$$

Gesucht ist jedoch der Temperaturanstieg ohne Wärmeverluste; folgende Verfahren berücksichtigen diese

*) Das Auflösungsvermögen des Digitalvoltmeters übersteigt diesen Wert. Mit dem Digitalvoltmeter wären noch $4 \cdot 10^{-5}$ °C, mit dem Quarzthermometer 10^{-4} °C aufzulösen.

Verluste:

α. Eine Methode*), die korrigierte Temperaturänderung zu finden, geht auf W.KESOM und J.KOK (33) zurück. Bei ihrer Methode wird ein Zeitpunkt t_x nach Bestrahlungsbeginn gesucht, bei dem der Abstand der extrapolierten "Vor- und Nachdrift" genau der Temperaturänderung ΔT_0 während der ganzen Bestrahlungszeit Δt entspricht (Abbildung 17); also

$$\Delta T_0 = T_P^{(3)}(t_x) - T_P^{(1)}(t_x). \quad (25)$$

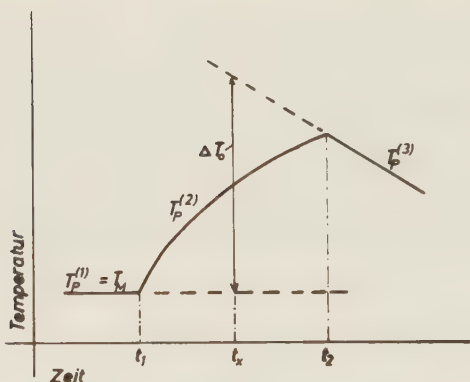


Abb.17: Schematische Skizzierung des Temperaturverlaufes vor, während und nach der Bestrahlung; Bestrahlungszeit $t_2 - t_1$; Temperaturänderung ohne Wärmeverluste ΔT_0 .

*) Bei allen Auswerteverfahren wird die Proportionalität zwischen gemessener Spannungsänderung und Temperaturänderung vorausgesetzt. Bei den hier durchgeführten Versuchen - mit einer Temperaturerhöhung um höchstens $0,2^\circ\text{C}$ - trifft dies sehr gut zu. Man findet, wie bereits auf Seite 30 in anderem Zusammenhang, gezeigt

$$\frac{d\psi/dT(25,2^\circ\text{C}) - d\psi/dT(25,0^\circ\text{C})}{d\psi/dT(25,2^\circ\text{C})} \approx 0,0004.$$

Mit (24) und $T_P^{(A)}(t) = T_M = \text{const.}$ folgt

$$\Delta T_0 = (T_P^{(B)}(t) - T_M)e^{-k(t_x - t)}. \quad (26)$$

Wie unmittelbar zu sehen ist, liefert Gleichung (23) den Zeitpunkt t_x :

$$t_x = -\frac{1}{k} \ln \frac{k \Delta t}{e^{+k t_2} - 1}. \quad (27)$$

Damit ist der Zeitpunkt, für den die Gleichung (25) gilt, gefunden.

Da kt viel kleiner als 1 ist, kann man die Exponentialfunktion entwickeln; setzt man die ersten drei Glieder in Gleichung (27) ein, so erhält man für t_x :

$$t_x = -\frac{1}{k} \ln \frac{\Delta t}{t_2 + \frac{1}{2} k t_2^2}. \quad (28)$$

Mit $t_2 - t_1 = \Delta t$ und $t_1 = 0$ folgt aus Gleichung (28)

$$t_x = -\frac{1}{k} \ln \frac{1}{1 + \frac{1}{2} k \Delta t}, \quad (29)$$

und nach nochmaliger Entwicklung folgt

$$t_x = +\frac{1}{k} \cdot \frac{1}{2} k \Delta t = \frac{1}{2} \Delta t. \quad (30)$$

Dies bedeutet, daß die Temperaturdifferenz zwischen extrapolierte Vor- und Nachdrift in 1. Näherung in der Mitte zwischen Bestrahlungsbeginn und -ende genommen werden muß, um die gesuchte Tempera-

turänderung ohne Wärmeverluste zu ermitteln.

Für verschiedene Abkühlkonstanten k ist der durch die Näherung verursachte Fehler in ΔT_0 im folgenden zusammengestellt (Meßzeit: zum Beispiel 60 Sekunden):

k	Fehler in ΔT_0	t_x *)
10^{-2} sec^{-1}	1,5 %	31,496 sec,
10^{-3} sec^{-1}	0,02 %	30,150 sec,
10^{-4} sec^{-1}	< 0,001%	30,015 sec.

Das beschriebene Verfahren wird besonders bei graphischer Auswertung verwendet, dabei wird meist die Nachdrift als Gerade angenähert. Dadurch entsteht nochmals ein Fehler bei der Bestimmung von ΔT_0 . Der gesamte Fehler für ΔT_0 ist dann

für $k = 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$ etwa 10 %,
 für $k = 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ etwa 0,3% und
 für $k \approx 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ etwa 0,3%.

Die bei der hier verwendeten Versuchsanordnung beobachteten Abkühlungskonstanten lagen bei 10^{-3} sec^{-1} (siehe III 1.5 a), das heißt, die durch die Näherungen verursachten Fehler liegen in derselben Größenordnung wie die Genauigkeit des Schreibers (0,25% vom Vollausschlag).

*) t_x berechnet aus Gleichung (27)

- ß. Eine Erhöhung der Genauigkeit läßt sich durch numerische Ausgabe der Meßwerte und numerische Verarbeitung erreichen. Bei der numerischen Auswertung könnte prinzipiell das oben beschriebene Verfahren verwendet werden: Anpassung der Vordrift durch eine Gerade, Anpassung der Nachdrift durch eine Exponentialfunktion und Berechnung von ΔT_0 für t_x .

Einfacher ist es jedoch, der Exponentialfunktion, k und $(T_P^{(1)}(t_x) - T_M)$ zu entnehmen. Mit diesen Werten und der Bestrahlungszeit Δt ergibt sich aus Gleichung (24) sofort die gesuchte Größe D_0 .

Die erzielte Genauigkeit dieses Auswerteverfahrens wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

- δ. Um D_0 zu bestimmen, muß bei beiden Auswerteverfahren das Meßzeitintervall Δt bekannt sein. Die einfachste Methode wäre, durch eine elektronische Stoppuhr eine Blende zu steuern, um damit die Bestrahlungszeit auf etwa 0,01 Sekunden genau festzulegen.

Eine derartige Anordnung stand nicht zur Verfügung. Die Markierung der Zeitintervalle erfolgte durch den Ausdruck der Digital-Voltmeter-Anzeige. Der Abstand zwischen den einzelnen Druckbefehlen betrug 0,5 Sekunden mit einer Genauigkeit von mindestens 10^{-4} Sekunden. Zwischen zwei solchen Befehlen wurde die Blende geöffnet. Durch die Impulsfolge bedingt, kann eine Bestrahlungszeit von etwa 200 Sekunden auf 0,25% genau bestimmt werden. Nähert man den Anfang und das Ende der Temperatur-

Zeitkurve (Temperaturverlauf $T_p^{(2)}$) durch eine Gerade an*) und bringt diese mit der Vor- bzw. Nachdrift zum Schnitt, so kann der Bestrahlungszeitraum genauer ermittelt werden. Die Verbesserung liegt mindestens beim halben Befehlsfolgezeitraum (0,25 Sekunden), was gleichbedeutend ist mit einer Genauigkeit der Bestrahlungszeit von 0,12%. Wichtige Voraussetzung für diese weitere Näherung ist, daß keine Verzögerung oder Vorausschlag des Temperaturanstiegs am Meßort auftritt. Bei Gold als Absorber war - wie die Rechnungen gezeigt haben - nach 0,2 Sekunden die konstante Temperaturverteilung im Absorber erreicht, also praktisch ehe überhaupt die erste Temperaturregistrierung geschieht. Bei Blei muß dagegen der Meßort für die Temperatur am Absorber sorgfältig ausgewählt werden.

D_0 war definiert als die Temperaturänderung pro Zeit ohne Wärmeverluste. Mit der Eichgleichung (14) für das Thermoelement erhält man

$$D_0 = \frac{\Delta T_0}{\Delta t} = \frac{1}{b + 2cT} \cdot \frac{\Delta \Psi}{\Delta t} = \frac{1}{b + 2cT} \cdot D'_0.$$

Mit Gleichung (23) und (24) erhält man für D'_0 :

$$D'_0 = \frac{k [\Psi_p^{(3)}(t_2) - \Psi_m]}{1 - e^{-kt_2}} = \frac{k \Delta \Psi(t_2)}{1 - e^{-kt_2}}, \quad (31)$$

wo $\Psi_p^{(3)}(t_2)$ die Spannung zur Zeit t_2 und

Ψ_m die Restspannung zum Bestrahlungsbeginn darstellen.

*) etwa je 20 Meßpunkte im Abstand von 0,5 Sekunden

Der Fehler von D'_0 wird bestimmt durch die Fehler von k , t und Ψ . Der Fehler in k wurde aus der entsprechend geänderten Gleichung (24) gewonnen. Für D'_0 errechnet sich ein relativer Fehler von 0,26%.

Aus unabhängigen Experimenten wurde für den relativen Fehler der Einzelmessung ein Wert von 0,12% gefunden.

Die Bestimmung von Δt und damit von D_0 ist bei der graphischen Auswertung ungenauer. Die Bestrahlungszeit wird aus dem Kurvenverlauf ähnlich wie bei der numerischen Auswertung gewonnen. Eine Auflösung von 0,25 Sekunden auf dem Kurvendiagramm ist nicht mehr möglich. Außerdem kommt die Ungenauigkeit in der Vorschubgeschwindigkeit des Schreibers hinzu. Experimentell wurde für die Reproduzierbarkeit (also ohne den Fehler in der Vorschubgeschwindigkeit) von D_0 ein relativer Fehler von etwa 1% gefunden.

2. Bestimmung der Meßblendenfläche

2.1 Geometrischer Blendendurchmesser

Die konischen Blenden (Abschnitt II.3) wurden auf einer Präzisionsdrehbank mit der geforderten Konizität gedreht; die Vermessung erfolgte auf beiden Seiten der Blende mit einem Leitz-Strasmann'schen Komparator*) auf 0,0001 cm genau**). Die Abweichungen verschiedener Durchmesser liegen innerhalb der Meßgenauigkeit. Der relative Fehler in der Fläche ist ($r = 0,2$ cm):

$$\frac{f}{A} = 10^{-3}.$$

2.2 Durchlässigkeit des konischen Blendenrandes

Ein Teil, der die Blende außerhalb der Blendenöffnung treffenden Strahlung, wird wegen der Konussteigung nicht durch die volle Dicke der Blende geschwächt (siehe Abbildung 18).

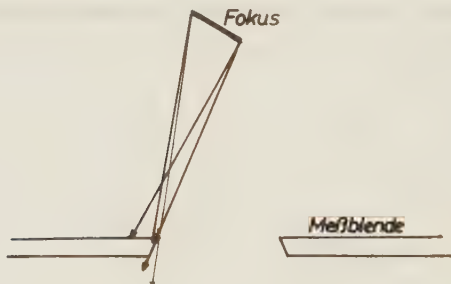


Abb.18:

Der stärker gezeichnete Strahl vom linken Rand des Fokus wird nicht durch die volle Blendendicke geschwächt.

*) Diese Messungen konnten in dankenswerter Weise im Kamera-Werk Braun, Nürnberg, durchgeführt werden.

**) Skalenteilung $0,5 \cdot 10^{-4}$ cm.

Um die Durchlässigkeit des Randes abzuschätzen, sei der Einfachheit halber angenommen, die Strahlung falle senkrecht zur Blendenebene ein. Dann gilt für das Verhältnis

$$\frac{S(\text{Rand})}{S(\text{Blende})} = \frac{2 \int_{r_1}^{r_1 + d_1 \alpha} r e^{-\mu(r-r_1) \cos \alpha} dr}{r_1^2} ;$$

die Symbole der Gleichung bedeuten:

$S(\text{Rand})$	Energiefluß durch den konischen Teil der Blende,
$S(\text{Blende})$	Energiefluß durch die Blendenöffnung,
r_1	Radius der Blende,
d_1	Dicke der Blende,
2α	Öffnungswinkel des Blendenkonus,
μ	linearer Schwächungskoeffizient.

Die Integration ergibt:

$$\frac{S(\text{Rand})}{S(\text{Blende})} = \frac{-2 \frac{e^{-\mu d_1}}{(\mu \cos \alpha)^2} (\mu r_1 \cos \alpha + \mu d_1 + 1) + 2 \frac{1}{(\mu \cos \alpha)^2} (\mu r_1 \cos \alpha + 1)}{r_1^2},$$

d.h. der vom konischen Blendenrand durchgelassene Anteil wird umso kleiner je größer μ , je kleiner α und je größer r_1 ist. Unter Berücksichtigung der relativen Verteilung des einfallenden 50 kV Spektrums (siehe Seite 64), eines Blendenradius von 0,2 cm (einer Dicke der Meßblende von 0,08 cm) und eines Winkels α von $1,5^\circ$ erhält man für

$$\frac{S(\text{Rand})}{S(\text{Blende})} = 0,00029.$$

Dieses Verhältnis verkleinert sich noch bei Vergrößerung des Blendenradius. Eine Korrektur für die Durchlässigkeit des Blendenrandes braucht folglich nicht vorgenommen zu werden.

2.3 Streuung am Blendenrand und Bestimmung des effektiven Blendenradius.

Um zu prüfen, ob der Energiefluß durch den konischen Teil der Blende tatsächlich vernachlässigbar ist und ob an der Blendeninnenseite keine nennenswerte Streustrahlung entsteht, wurde der Energiefluß mit verschiedenen großen Blenden gemessen. Nur bei konstantem Energiefluß, unabhängig von der Blendengröße, können jene Einflüsse vernachlässigt werden. Eine Änderung des Energieflusses S täuscht dagegen eine Vergrößerung des geometrischen Blendenradius r_{geom} vor. Beschreibt man die scheinbare Vergrößerung des geometrischen Blendenradius mit δ , so kann man für den effektiven Radius ansetzen

$$r_{\text{eff}} = r_{\text{geom}} + \delta .$$

Für den Energiefluß gilt dann

$$\begin{aligned} S &= I \cdot \pi \cdot r_{\text{eff}}^2 \\ &= I \cdot \pi \cdot r_{\text{geom}}^2 \left(1 + \frac{\delta}{r_{\text{geom}}}\right)^2. \end{aligned}$$

Da δ sehr viel kleiner ist als r_{geom} , erhält man für

$$S = I \cdot \pi \cdot r_{\text{geom}}^2 \left(1 + 2 \frac{\delta}{r_{\text{geom}}}\right) .$$

Trägt man $\frac{S}{r_{\text{geom}}^2}$ gegen $\frac{1}{r_{\text{geom}}}$ auf, so erhält man

eine Gerade mit der Steigung $2 \cdot \delta \cdot I$. Die Energieflußdichte ohne "Rand"-Anteile erhält man durch Extrapolation der Geraden $\frac{1}{r} \rightarrow 0$.

Für acht Blenden, die die Bedingung (12) erfüllten, wurde die Energieflußdichte I gemessen. Die Steigung, der damit berechneten Geraden ist kleiner als $0,5^\circ$.

Die Abweichung der für $\frac{1}{r} \rightarrow 0$ extrapolierten Energieflußdichte vom Mittelwert der gemessenen Energieflußdichte ist 0,04%. Der zusätzliche Anteil durch Streustrahlung oder Randdurchlässigkeit kann damit vernachlässigt werden. Zum gleichen Ergebnis kommt die Physikalisch-Technische Bundesanstalt für die Blenden zur Standard-Ionisationskammer (50). Dieses Ergebnis bestätigt gleichzeitig die Konstanz der Energieflußdichte über die Fläche der größten Blende.

3. Bestimmung der Wärmekapazität des Absorbers

3.1 Absorbermasse m

Die Masse des Absorbers wurde auf $\pm 10^{-4}$ g genau bestimmt. Zur Masse müssen noch das Thermoelement und dessen Befestigungsmaterial sowie ein Anteil der Thermoelementdrähte und die zur Aufhängung des Absorbers nötigen Seidenfäden hinzugerechnet werden. Es erscheint sinnvoll, die halbe Länge der Thermoelementdrähte und die der Seidenfäden zum Absorber gehörig zu betrachten. Die Masse des Absorbers setzt sich dann zusammen aus folgenden Anteilen:

Goldtopf	5,7536 g
Befestigungsmaterial (Tesafilm)	0,0010 g
Anteil der Thermoelementdrähte	0,0002 g
Anteil der Seidenfäden	0,0001 g.

3.2 Spezifische Wärme der Absorbermaterialien

Für die spezifische Wärme c_p der Absorbermaterialien bei 25 °C und 760 Torr findet man (25, 55):

	c_p	in	$\frac{J}{g \text{ } ^\circ C}$
Gold	0,12817 $\pm$		0,00004
Befestigungsmaterial *)	1,65 $\pm$		0,4
Konstantan	0,41 $\pm$		0,04
Chromnickelstahl	0,042 $\pm$		0,04
Seide	1,65 $\pm$		0,4.

Gesucht ist jedoch der Wert der spezifischen Wärme bei

*) Cellulosetriacetat mit Kautschukauflage, kurz Tesafilm

einem Druck von etwa $5 \cdot 10^{-4}$ Torr. Außerdem muß bekannt sein die Änderung der spezifischen Wärme mit der Temperatur während der Bestrahlung.

Für die Änderung von c_p mit dem Druck p gilt (22):

$$m \left(\frac{\delta c_p}{\delta p} \right)_T = - \eta^2 T V - \left(\frac{\delta \eta}{\delta T} \right)_p \cdot T \cdot V,$$

wo η den kubischen Ausdehnungskoeffizienten und V das Volumen darstellen.

Bei Gold beträgt

$$\eta \approx 40 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \quad (25^\circ\text{C}) \text{ und}$$

$$\frac{\delta \eta}{\delta T} \approx 0,013 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}^2} \quad (\text{im Bereich von } -100^\circ\text{C bis } 500^\circ\text{C}).$$

Damit errechnet sich für die relative Änderung von c_p bei Änderung von p um ≈ 760 Torr:

$$\frac{\Delta c_p}{c_p} < 10^{-6},$$

d.h. die Änderung von c_p mit dem Druck p , ist in den Grenzen der Versuchsgenauigkeit zu vernachlässigen.

Die spezifische Wärme in Abhängigkeit von der Temperatur T berechnet sich aus der Beziehung (55) *):

$$c_p = a + bT - \frac{c}{T^2}.$$

*) Die Konstanten a , b und c sind hier in anderer Bedeutung verwendet, als in der Eichgleichung (13) für die Thermoelemente.

a, b und c sind Konstanten für den betreffenden Stoff. Bei Zimmertemperatur und einer Temperaturerhöhung um $0,2^{\circ}\text{C}$ ändert sich die spezifische Wärme von Gold um $0,005\%$, d.h. die Änderung von c_p mit der Temperatur, ist in den Grenzen der Versuchsgenauigkeit ebenfalls zu vernachlässigen.

3.3 Wärmekapazität des Absorbers

Die Gesamtwärmekapazität des im Versuch verwendeten Absorbers setzt sich aus den einzelnen im Abschnitt III 3.1 und 3.2 - Seite 58 - beschriebenen Anteilen zusammen. Man erhält:

$$C_{\text{gesamt}} = \sum_i m_i \cdot c_{p,i}(T) = (0,7287 \pm 0,0004) \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}$$

4. Bestimmung des Korrektionsfaktors für den "Streuverlust" k_{str}

Ein Teil der Energie der einfallenden Strahlung geht dem Absorber verloren durch gestreute Quanten (klassische Streuung und Compton-Streuung), durch Fluoreszenzstrahlung, durch Photo-, Auger- und Compton-Elektronen und durch sekundär erzeugte Bremsstrahlung. Alle Verluste werden hier unter dem Begriff "Streuverlust" zusammengefaßt. Im folgenden wird der Verlust abgeschätzt und ein Versuch zur Messung des Verlustes beschrieben. Bei allen Abschätzungen wurde der Absorber als flacher Zylinder angenommen und nicht als Topf. Die Änderung der Absorberform, nämlich der Übergang vom Zylinder zum Topf, war die Konsequenz aus den Ergebnissen der Abschätzung.

4.1 Abschätzung des "Streuverlustes"

a. Fluoreszenzstrahlung

Im hier betrachteten Energiebereich überwiegt die Absorption durch den Photoeffekt alle anderen Absorptionsprozesse. Die bei der Photoabsorption emittierte Fluoreszenzstrahlung kann zum Teil den Absorber verlassen. Der Absorber sei so dimensioniert, daß die Wahrscheinlichkeit für ein Entkommen der Fluoreszenzquanten seitlich und in Richtung des Primärstrahls sehr klein ist. Unter diesen Umständen, braucht man nur die gestreuten Quanten entgegen der Einfallrichtung zu betrachten. Die Abschätzung ist im Anhang 4 ausgeführt. Die Abbildungen 19a und b zeigen für

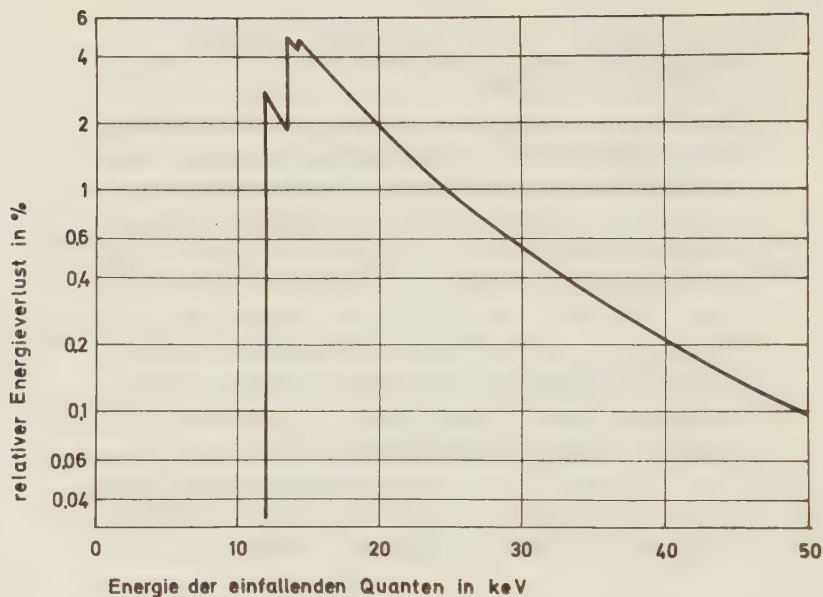


Abb.19a: Relativer Energieverlust durch Fluoreszenzstrahlung für einen unendlich dicken Absorber aus Gold in Abhängigkeit der Energie der einfallenden Quanten.

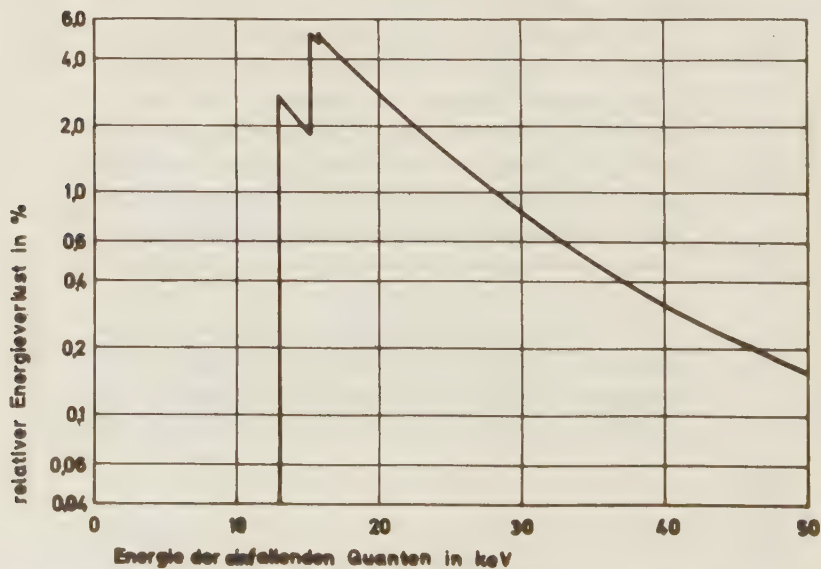


Abb.19b: Relativer Energieverlust durch Fluoreszenzstrahlung für einen unendlich dicken Absorber aus Blei in Abhängigkeit der Energie der einfallenden Quanten.

Gold und Blei als Absorbermaterial den relativen Energieverlust in Abhängigkeit von der Energie der einfallenden Quanten.

Zur Berechnung der entkommenden Energie muß die spektrale Verteilung der einfallenden Strahlung bekannt sein. Da keine direkten spektrometrischen Methoden zur Verfügung standen, wurde die spektrale Verteilung näherungsweise aus Transmissionsdaten bestimmt. Zunächst wurde mit dem beschriebenen Kalorimeter die von Aluminium-Absorbern verschiedener Dicke d nicht absorbierte Intensität $I(d)$ gemessen. Die so erhaltene Transmissionskurve wurde nach einem von Twidell (52) angegebenen Iterationsverfahren mit Hilfe einer elektronischen Datenverarbeitungsmaschine ausgewertet. Bei diesem Verfahren wird zuerst aus einer angenommenen Verteilung eine Transmissionskurve berechnet. Aus der Differenz zwischen gemessener und berechneter Transmissionskurve werden dann Korrektionsglieder für die spektrale Verteilung ermittelt und anschließend eine neue Transmissionskurve berechnet. Das Verfahren wird solange fortgesetzt, bis gemessene und berechnete Transmissionskurve innerhalb einer vorgegebenen Fehlergrenze übereinstimmen. Das Ergebnis der Rechnung zeigt Abbildung 20. Die Übereinstimmung zwischen gemessener und berechneter Transmissionskurve war dabei besser als 1%.

Aus dem relativen Energieverlust (Abbildung 19) und der spektralen Verteilung der einfallenden Strahlung (Abbildung 20) berechnet sich der Energieverlust durch Fluoreszenzstrahlung zu

0,95% für Gold und 1,02% für Blei
als Absorbermaterial.

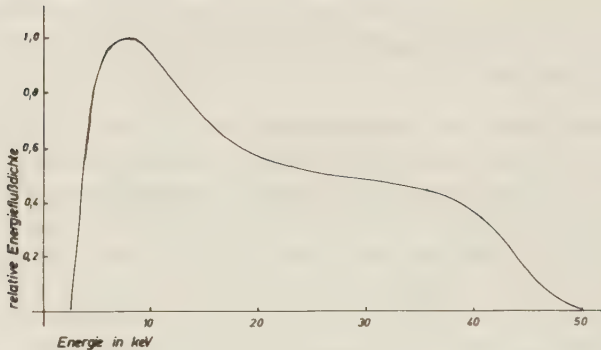


Abb.20: Spektrale Energieverteilung der mit 50 kV erzeugten Röntgenstrahlung. Ermittlung der Verteilung siehe Text.

b. Klassische Streuung

Die Überlegungen, die zur Abschätzung des Energieverlustes durch klassische Streuung führen, sind analog denen im vorhergehenden Abschnitt. Die Berechnung ist im Anhang 5 skizziert. Mit dem Wirkungsquerschnitt und dem Schwächungskoeffizienten (die bei der klassischen Streuung für die einfallende und gestreute Strahlung identisch sind) erhält man den Energieverlust durch klassische Streuung. In Abhängigkeit von der Energie der einfallenden Quanten ist der Energieverlust in Abbildung 21a und b für Gold und Blei als Absorbermaterial dargestellt. Der Gesamtverlust durch klassische Streuung bei der mit 50 kV erzeugten Bremsstrahlung beträgt

0,68% bei Gold und 0,62% bei Blei
als Absorbermaterial.

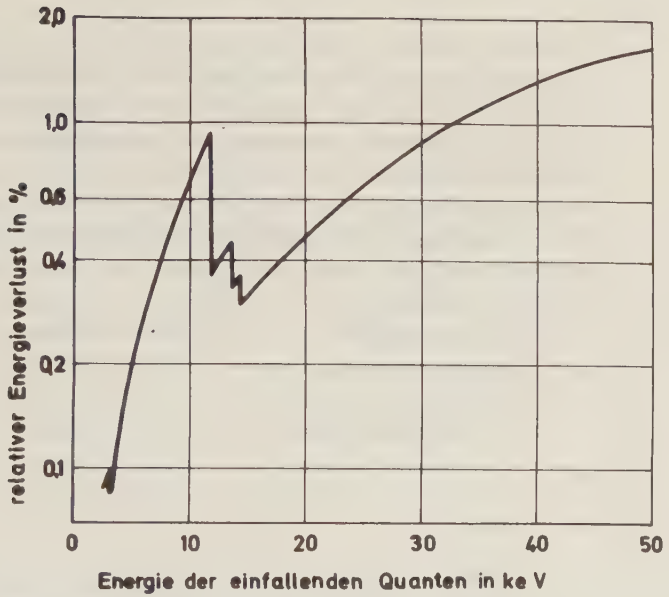


Abb.21a: Relativer Energieverlust durch "klassische Streuung" für einen unendlich dicken Absorber aus Gold in Abhängigkeit der Energie der einfallenden Quanten.

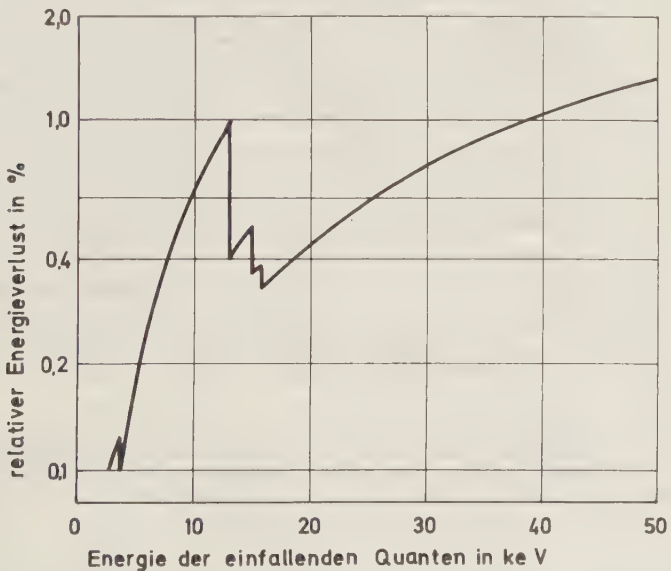


Abb.21b: Relativer Energieverlust durch "klassische Streuung" für einen unendlich dicken Absorber aus Blei in Abhängigkeit der Energie der einfallenden Quanten.

c. Compton-Streuung

Der Beitrag zum Energieverlust durch Streuquanten infolge Compton-Effekts läßt sich abschätzen durch einen Vergleich der Schwächungskoeffizienten von klassischer Streuung und Compton-Streuung. Man erhält aus dem Verhältnis der Wirkungsquerschnitte und Vergleich mit dem Energieverlust durch klassische Streuung, für die hier vorliegende spektrale Verteilung, einen Energieverlust durch Compton-Streuquanten von etwa

0,05% für Gold und 0,05% für Blei
als Absorbermaterial.

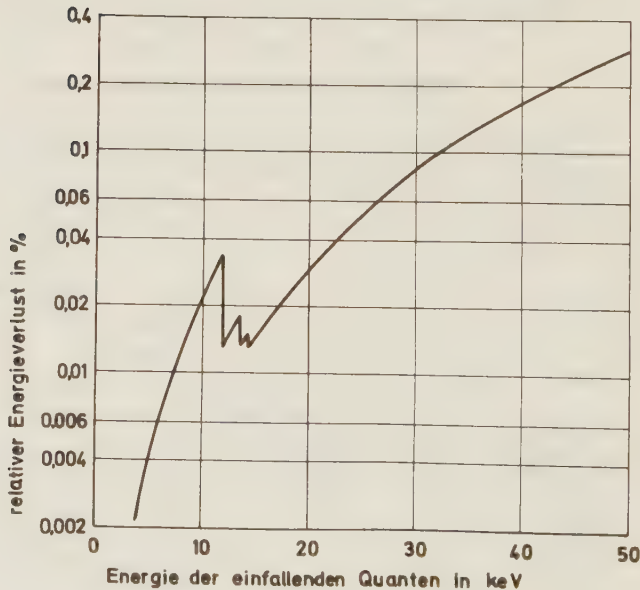


Abb.22: Relativer Energieverlust durch Compton-Streuquanten für einen unendlich dicken Absorber aus Gold in Abhängigkeit der Energie der einfallenden Quanten.

d. Energieverlust durch Bremsstrahlung

Bei der Abbremsung der im Absorber erzeugten Sekundär-Elektronen wird ein Teil der Energie in Bremsstrahlung umgesetzt. Der umgesetzte Anteil ist abhängig von der Ordnungszahl des Absorbers und der Energie der Elektronen. Für die ausgelösten Photoelektronen (Energieverteilung entsprechend dem 50 kV Spektrum) und eine Ordnungszahl des Absorbermaterials von $Z = 80$ beträgt der in Bremsstrahlung umgesetzte Anteil etwa 0,1%. Der Energieverlust durch Bremsstrahlung ist jedoch kleiner als 0,1%, weil einerseits nicht die gesamte absorbierte Energie zur Bildung von Elektronen verwendet wird und andererseits ein Teil der Bremsstrahlung im Absorber wieder absorbiert wird.

e. Energieverlust durch Photo-Elektronen

Der Energieverlust durch austretende Photo-Elektronen wurde aus der Gesamtzahl der ausgelösten Photo-Elektronen, einer angenommenen Verteilung und der Energie-Reichweitebeziehung nach Glocker (27, 45) abgeschätzt. Die Berechnung ist im Anhang 6 durchgeführt, das Ergebnis zeigt Abbildung 23.

Für ein mit 50 kV erzeugtes Röntgenbremsspektrum erhält man einen prozentualen Energieverlust durch Photo-Elektronen von etwa

0,04% für Gold und 0,04% für Blei

als Absorbermaterial.

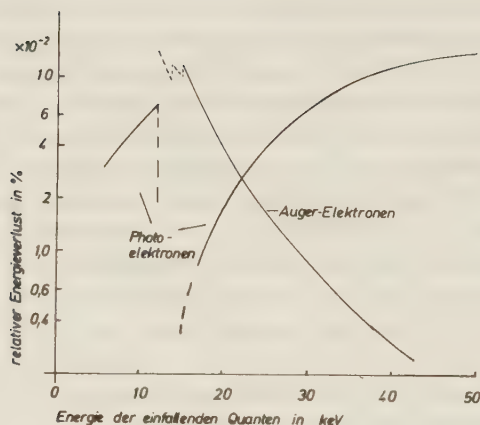


Abb.23: Relativer Energieverlust durch Photo- und Auger-Elektronen für einen unendlich dicken Absorber aus Gold in Abhängigkeit der Energie der einfallenden Quanten.

Praktisch zum gleichen Ergebnis kommt man mit der Abschätzung von H. Pauly (17, 18). Dabei wird der Energieanteil der einfallenden Strahlung berechnet, der in einer Schicht, die der praktischen Reichweite der Photo-Elektronen entspricht, umgesetzt wird (im hier vorliegenden Fall 0,6%). Nimmt man an, daß von den erzeugten Photo-Elektronen $\frac{1}{6}$ gegen die Oberfläche läuft und die Hälfte seiner Energie bis zur Oberfläche abgibt, so errechnet sich damit ein relativer Energieverlust von 0,05%.

f. Verlust durch Auger-Elektronen

Statt ein Fluoreszenzquant auszusenden, kann das Atom auch ein Auger-Elektron emittieren. Die Energie des Fluoreszenzquants beträgt $E_L - E_M$, die des zugehörigen Auger-Elektrons $E_L - 2 E_M$. E_L und E_M sind die Bindungsenergien des Elektrons in der L- und M-Schale des Atoms. Für Gold und Blei liegen die Energien der Auger-Elektronen bei 7,5 bzw. 8,4 keV. Durch ähnliche Annahmen und Näherungen - wie bei den Photo-Elektronen - ergibt die Auswertung (Anhang 7) für das 50 kV-Spektrum einen Energieverlust durch Auger-Elektronen von etwa

0,03% für Gold oder Blei

als Absorbermaterial.

g. Energieverlust durch Compton-Elektronen

Der Compton-Absorptionskoeffizient für Gold oder Blei ist im gesamten Energiebereich von 10 - 50 keV etwa um 3 - 4 Größenordnungen kleiner als der Photoabsorptionskoeffizient. Die Emission des Elektrons ist mit zunehmender Energie nach vorne gerichtet. Der Energieverlust durch Compton-Elektronen ist, nach oben abgeschätzt, mindestens 3 Größenordnungen kleiner als durch Photo-Elektronen und damit zu vernachlässigen.

Die einzelnen Anteile des "Streuverlustes" sind in

folgender Tabelle zusammengestellt:

	für Gold	für Blei
Fluoreszenzstrahlung	0,95%	1,02%
klassische Streuung	0,68%	0,62%
Comptonstreuung	0,05%	0,05%
Photo-Elektronen	0,04%	0,04%
Auger-Elektronen	0,03%	0,03%
Compton-Elektronen	-	-
Bremsstrahlung	0,11%	0,11%
Der Gesamtverlust errechnet sich damit zu	1,84%	1,85%

Aus dieser Abschätzung ist der Schluß zu ziehen, daß die Verluste durch Streuung bei der in dieser Arbeit geforderten Genauigkeit nicht zu vernachlässigen sind. Es muß vielmehr Vorsorge getroffen werden, diese gestreute Strahlung mitzuerfassen. Der nächste Abschnitt zeigt, wie dies weitgehendst erreicht werden kann.

4.2 Experimentelle Ermittlung des Streuverlustes

Um den Streuverlust bei der kalorimetrischen Bestimmung der Energieflußdichte mitzuerfassen, müßte der Absorber ein Hohlraum mit total absorbierenden Wänden und einer möglichst kleinen Aperturblende sein. Der dann noch auftretende Verlust ist gegeben durch das Verhältnis des ganzen Raumwinkels zum Öffnungswinkel für die Eintrittsöffnung

(isotrope Verteilung der Streustrahlung und Bündelquerschnitt mit r gegen 0 vorausgesetzt). Um diesen Gedanken experimentell zu verwirklichen, wurde als Absorber ein Topf verwendet.

Der gestreute Anteil an der Gesamtenergie ergibt sich aus zwei Messungen, einmal mit und einmal ohne Topfseitenwände. Da die Wärmekapazität bei beiden Versuchen gleich sein muß, ist es am einfachsten, einmal auf die Topfbodeninnenseite und einmal auf die Topfbodenaußenseite einzustrahlen (zur Veranschaulichung siehe Abbildung 24).

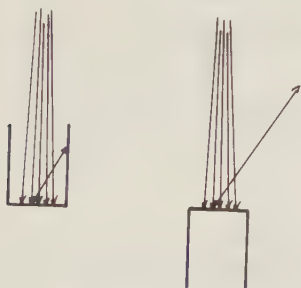


Abb.24:
Anordnung des Absorbertopfes zur experimentellen Ermittlung des Streuverlustes.

Abweichend vom üblichen Versuchsaufbau war der Absorbertopf auf drei Glasspitzen gelagert. Der Nachteil dieser Anordnung bestand darin, daß das Kalorimeter zur Drehung des Absorbers geöffnet werden mußte. Dabei konnte eine Dejustierung nicht ganz ausgeschlossen werden. Um die bei dem

eben beschriebenen Versuch eventuell auftretenden Justierfehler auszuschließen, wurde noch eine zweite Versuchsanordnung erprobt. Als Absorber wurde ein Topf mit angelöteter Fahne benutzt (Abbildung 25), der wieder an Seidenfäden im Kalorimetergefäß aufgehängt war.

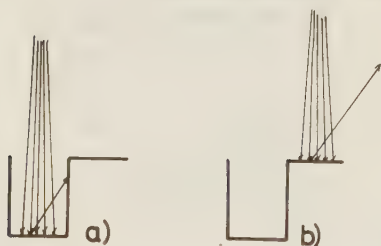


Abb.25
Absorbertopf mit angelöteter Fahne zur experimentellen Ermittlung des Streuverlustes.

Der gesamte Kalorimeteraufbau stand auf einem beweglichen Tisch. Der Tisch konnte in Richtung der Fahne bewegt werden. Die Verschiebung war an einer Mikrometerschraube abzulesen, die Genauigkeit der Teilung betrug 0,05mm. Nacheinander wurde auf den Topfboden (Fall a) in Abbildung 25) und auf die angelötete Fahne (Fall b) in Abbildung 25) eingestrahlt. Die Meßblende und Röntgenröhre blieben raumfest. Es wird jedoch mit Topf nicht die gesamte Energieflußdichte gemessen, sondern etwas weniger, entsprechend der Öffnung des Topfes. Für die Energieflußdichte, die durch Streuung bei Mes-

sung ohne Topf verloren geht, gilt *):

$$I = \frac{0}{0 - K} (I_v - I_w),$$

wobei die Symbole folgende Bedeutung haben:

0	Oberfläche der Halbkugel mit dem Radius $\sqrt{r_1^2 + h^2}$
r_1	Radius des Zylinders (Topfes)
h	Höhe des Zylinders (Topfes)
K	Oberfläche des Kugelsegmentes über der Zylinderöffnung
I_w	Energieflußdichte ohne Streuanteil
I_v	Energieflußdichte gemessen mit Topf.

Für das Verhältnis rückgestreuter Anteil I_n zur gesamten Energieflußdichte I findet man

$$\frac{I_n}{I} = \frac{\frac{0}{0 - K} (I_v - I_w)}{\frac{0}{0 - K} (I_v - I_w) + I_w}.$$

Bei diesen Versuchen maß die Zylinderwand 2,0 cm, der Durchmesser 1,5 cm. Als Material wurde Blei verwendet.

Für $\frac{0}{0 - K}$ erhält man damit einen Wert von 1,07.

*) Die Beziehung gilt streng nur für einen Strahl mit einem unendlich kleinen Querschnitt, der auf die Mitte des Bodens auftrifft.

Die Ergebnisse der zuerst beschriebenen Methode - Drehung des Topfes - mußten verworfen werden, weil zum Zeitpunkt jener Versuche die endgültige Auswertemethode noch nicht entwickelt war. Bei den Versuchen der Translation des Topfes mit einer Fahne wurde ein Streuverlust von

$$(2,35 \pm 0,71) \%$$

ermittelt *). Der Temperaturverlauf nach Abschalten der Röntgenröhre wurde bei diesen Messungen nur kurze Zeit verfolgt, weil damals noch die Auswertemethode nach Keesom und Kok (33) verwendet wurde. Dieser Umstand ist verantwortlich für den relativ großen Fehler. Bei der jetzt entwickelten Auswertung der Meßergebnisse liegen die Fehler für die Reproduzierbarkeit zwischen 0,1 und 0,2%. Der Fehler für den Energieverlust geht jedoch nur unwesentlich in die Genauigkeit der Energieflußdichte ein, da mit dem Topf als Absorber etwa 90% der "gestreuten Strahlung" erfaßt werden.

Beim Vergleich mit dem abgeschätzten Wert muß jedoch auch die Unsicherheit sämtlicher bei der Rechnung verwendeten Daten berücksichtigt werden. Die Schwächungs- und Photoabsorptionskoeffizienten werden in dem hier betrachteten Energiebereich zwischen der L_I - und der K-Kante mit mindestens 25% angegeben (46); unterhalb der L_I -Kante ist die Unsicherheit 100%. Die Werte der relativen Photoabsorptionskoeffizienten (τ_L/τ_{tot}) weichen bei verschiedenen Autoren bis zu 30% voneinander ab (46 bzw. 38). Die Ausbeutefaktoren für die Fluores-

*) Versuche mit einem der Länge nach halbierten Zylindermantel ergaben etwa den halben Wert.

zenzstrahlung und für Auger-Elektronen variieren zwischen 0,299 (39) und 0,372 (46). Die relativen Linienintensitäten der L-Serie mußten aus den Werten für Platin und Thorium interpoliert werden; bereits die Linienintensitäten der K-Serie weichen bei verschiedenen Autoren (38) bis zu 100% voneinander ab. Die Reichweite der Elektronen wurde aus einer Beziehung gewonnen, die für Aluminium mit einem Fehler von etwa 15% behaftet und unterhalb 10 keV praktisch nicht mehr gültig ist.

Durch Verwendung des Topfes als Absorber wird der Wert des Korrekturfaktors k_{str} klein gehalten; es muß ja nur noch der durch die Zylinderöffnung entkommende Anteil der Streustrahlung berücksichtigt werden, das bedeutet, die unterschiedlichen Ergebnisse von Rechnung und Messung spielen für die Genauigkeit der Methode nur eine untergeordnete Rolle. Bei der endgültigen Versuchsanordnung waren Durchmesser und Mantellinie des Absorbertopfes jeweils 1,5 cm; damit ergibt sich für $K/O = 0,1009$. k_{str} ist nach Gleichung (7) auf den gemessenen Wert von I_q bezogen. Somit ergibt sich für das 50 kV Spektrum

$$k_{\text{str}} = 0,0026 \pm 0,008 .$$

5. Bestimmung des Korrektionsfaktors k_a

5.1 Schwächung im Kalorimeterfenster

Zwischen Meßblende und Absorber ist das Kalorimeterfenster aufgespannt. Für das Fenster wurde Hostaphan verwendet; die Dicke der Hostaphanfolie beträgt $10\text{ }\mu\text{m}$ *).

Zur Berechnung des Korrektionsfaktors für die Schwächung im Kalorimeterfenster wurde wieder von der relativen Energieflußdichte des 50 kV-Spektrums ausgegangen. Für Hostaphan ($\text{C}_{10}\text{H}_8\text{O}_4$) wurde der totale Massenschwächungskoeffizient in Abhängigkeit von der Energie mit den Werten nach (46) berechnet. Als Schrittweite im Bereich 0 bis 10 keV wurde 2 keV, im Bereich 10 bis 50 keV, 10 keV gewählt. Das Fenster schwächt die hier verwendete Strahlung um 0,72%. Bezogen auf den gemessenen Teil I_q (siehe Gleichung (7)) erhält man für den Korrektionsfaktor

$$k_a = 0,00725.$$

Die Genauigkeit von k_a hängt davon ab, wie gut die spektrale Verteilung und die Schwächungskoeffizienten im Bereich 0 bis 10 keV (weil praktisch nur die Strahlung in diesem Bereich nennenswert geschwächt wird) bekannt sind.

*) Soll das Strahlungsfeld der Röhre ausgemessen werden, so muß die Schwächung der Energieflußdichte im Fenster berücksichtigt werden. Bei vielen Bestrahlungsexperimenten kann die Strahlung ebenfalls mit einer $10\text{ }\mu\text{m}$ Hostaphanfolie gefiltert werden, dann kann auf diese Korrektion praktisch verzichtet werden.

Die Unsicherheit der Energieverteilung im nieder-energetischen Bereich wird man vorsichtshalber eher zu groß annehmen und mit 10% ansetzen. Mit der Ungenauigkeit der Schwächungskoeffizienten und dem Fehler bei der Dickenmessung der Folie erhält man für

$$k_a = 0,00725 \pm 0,00073.$$

5.2 Unvollständige Schwächung im Absorber

Der Boden des Absorbiertopfes ist 0,1 cm dick, die Wand 0,02 cm. Aus den Absorptionskoeffizienten und der spektralen Verteilung der einfallenden Strahlung errechnet sich ein nicht absorbiertes relativer Anteil der Energieflußdichte von weniger als 10^{-5} , d.h. eine Korrektur für eventuelle unvollständige Absorption der Primärstrahlung ist nicht nötig.

Das Spektrum der gestreuten Strahlung ist nicht bekannt, es setzt sich jedoch, wie die Rechnungen im Abschnitt III.4 gezeigt haben, im wesentlichen aus Fluoreszenz- und klassisch gestreuter Strahlung zusammen. Durch die Fluoreszenzstrahlung wird das primäre Spektrum zu niedrigeren Energien hin verschoben. Nimmt man also für die Streustrahlung auch die einfallende Verteilung an, so schätzt man den Verlust durch unvollständige Absorption in der Zylinderwand sicher zu groß ab. Der durch die Zylinderwand entstehende Anteil wäre 0,02%; d.h. bezogen auf die Streustrahlung wäre ein anzubringender Korrekturfaktor nahezu nochmals um zwei Größenordnungen kleiner. Ein Korrekturfaktor für unvollständige Absorption im Absorber braucht also sicher nicht eingeführt zu werden.

6. Bestimmung des Korrekturfaktors k_{ch} für den "kalorischen Defekt"

Die von ionisierender Strahlung an Materie abgegebene Energie tritt zum überwiegenden Teil als Wärme in Erscheinung. Der Rest der absorbierten Energie wird für strahlenchemische Reaktionen oder andere strukturelle Änderungen verbraucht; dieser Anteil wird als "kalorischer Defekt" bezeichnet (47).

6.1 Chemische Reaktionen

Chemische Reaktionen -Bruch oder Vernetzung-, wie sie in organischen Stoffen bei Bestrahlung vorkommen, können in Metallen ausgeschlossen werden. In organischen Stoffen dagegen können je nach chemischer Verbindung und Energie der einfallenden Strahlung bis zu 8% der Energie für chemische Reaktionen verbraucht werden (48).

6.2 Versetzungen

Der einzige "kalorische Defekt", der bei Metallen auftreten kann, rührt von der Versetzung von Atomen her; dadurch gelangen Atome auf Zwischengitterplätzen oder es werden Fehlstellen im Gitter erzeugt. Die Schwellenenergie für eine Versetzung liegt bei etwa 25 eV (49). Die Grenzenergie des Röntgen-Spektrums beträgt 50 keV, d.h. die energiereichsten Elektronen haben höchstens 50 keV. Die von einem 50 keV Elektron an ein Atom mit dem Atomgewicht von etwa 200 abgebbare Energie berechnet sich zu etwa 0,5 eV *). Dies bedeutet, daß kein "kalorischer Defekt" bei der Energie der hier verwendeten Strahlung auftreten kann.

Für Bestrahlung von Gold oder Blei muß erst ab einer Teilchenenergie von 1,2 MeV ein "kalorischer Defekt" mitberücksichtigt werden.

*) In diesem Energiebereich führt die klassische und relativistische Rechnung zum ungefähr gleichen Ergebnis.

IV. Genauigkeit der Energieflußdichtemessung

Die Bestimmungsgleichung (7) (siehe Seite 11) geht mit der Eichgleichung (14) für das Thermoelement (siehe Seite 29) und der Korrektur für die Wärmeverluste (Gleichung (31), siehe Seite 52) über in

$$I = \frac{C}{A} \cdot \frac{\Delta \Psi(t_2) k}{1 - e^{-kt_2}} \cdot \frac{1}{b + 2cT} \cdot (1 + k_{ch} + k_{dr} + k_a) \quad (46)$$

wobei wie bisher

C	die Wärmekapazität des Absorbers
A	den Blendenquerschnitt
$\Delta \Psi(t_2)$	die gemessene Spannungsdifferenz zwischen Ende (t_2) und Anfang der Bestrahlung
b und c	die Konstanten aus der Eichgleichung des Thermoelements (Gleichung (14))
k	die Abkühlkonstante des Systems und
k_{Index}	die entsprechenden Korrekturfaktoren

bedeuten.

Die Genauigkeit des Temperaturanstiegs unter Berücksichtigung des Wärmeverlustes wird von dem Ausdruck

$$D_o = \frac{\Delta \Psi(t_2) k}{1 - e^{-kt}} \cdot \frac{1}{b + 2cT} = D'_o \cdot \frac{1}{b + 2cT} \quad (31')$$

bestimmt (Abschnitt III.1.5 b). Damit geht Gleichung (46) über in

$$\bar{I} = \frac{C}{A} \cdot D'_o \cdot \frac{1}{b + 2cT} \cdot (1 + k_{ch} + k_{dr} + k_a) \quad (47)$$

In der folgenden Tabelle sind die Zahlenwerte der Größen, aus denen sich die Energieflußdichte berech-

net, mit ihrer Unsicherheit zusammengestellt:

Wärmekapazität des Absorbers
 $\sum m_i \cdot c_i = C$ (0,1763 $\pm$ 0,0001) cal/ $^{\circ}$ C

Blendenfläche A (0,1256 $\pm$ 0,0001) cm²

Spannungsänderung pro
 Zeit D'_0 (0,04086 $\pm$ 0,00009) μ V/sec

Konstante b aus Gleichung (14)
 für die Eichung der Thermo-
 elemente, bei einzeln geeich-
 tem Thermoelement (38,68 $\pm$ 0,05) μ V/ $^{\circ}$ C

Konstante b aus Gleichung (14)
 für die Eichung der Thermo-
 elemente, bei Thermoelemen-
 ten derselben Drahtcharge (38,66 $\pm$ 0,07) μ V/ $^{\circ}$ C

Konstante c aus Gleichung (14)
 für die Eichung der Thermo-
 elemente, bei geeichtem Ther-
 moelement (0,043 $\pm$ 0,001) μ V/ $^{\circ}$ C²

Konstante c aus Gleichung (14)
 für die Eichung der Thermo-
 elemente, bei Thermoelemen-
 ten derselben Drahtcharge (0,044 $\pm$ 0,003) μ V/ $^{\circ}$ C²

Temperatur während des
 Versuches (25 $\pm$ 0,1) $^{\circ}$ C

Koeffizient zur Berücksich-
 tigung der Streuverluste k_{str} 0,0039 $\pm$ 0,0002

Koeffizient zur Berück-
 sichtigung der Absorption k_a 0,0073 $\pm$ 0,0007 .

Für die relative Ungenauigkeit der Energieflußdichte

gilt die Beziehung

$$\frac{f_I}{I} = \left\{ \left(\frac{f_c}{C} \right)^2 + \left(\frac{f_A}{A} \right)^2 + \left(\frac{f_{D'_0}}{D'_0} \right)^2 + \frac{f_b^2 + 4T^2 f_c^2 + 4C^2 f_T^2}{(b + 2CT)^2} + \right. \\ \left. + \frac{f_{k_{dl}}^2 + f_{k_a}^2}{(1 + k_{rlv} + k_a)^2} \right\}^{1/2}$$

Damit erhält man eine Gesamtunsicherheit der Energieflußdichte bei geeichtem Thermoelement von

0,3%

und bei nicht einzeln geeichten Thermoelementen von

0,5%.

Den größten Beitrag zur Gesamtungenauigkeit liefert der Fehler von D'_0 . Die Ungenauigkeit in D'_0 wird hauptsächlich von der Zeitmessung bestimmt. Eine weitere Steigerung der Genauigkeit würde eine bessere Zeitmessung voraussetzen. Bei der Energieflußdichtemessung mit nicht einzeln geeichtem Thermoelement trägt dagegen die Ungenauigkeit von b und c (Konstante der Eichgleichung (14) für die Thermoelemente) zum Gesamtfehler mehr bei, als der Fehler von D'_0 .

V. Beispiel einer Energieflußdichtemessung

Der Versuchsaufbau zur Bestimmung der Energieflußdichte war, wie in Abschnitt II.3 beschrieben. Als Quelle wurde eine Röntgenröhre vom Typ AG/W 61 der Firma Siemens verwendet. Die Röhre wurde betrieben mit

einer Spannung von 50 kV und
einem Strom von 50 mA.

Der Abstand Röhrenmitte (nicht Fokusmitte!) - Meßblende betrug

11,80 cm,

der Meßblendendurchmesser

0,6026 cm.

Aus der Temperaturabklingkurve, nach Ende der Bestrahlung, wurde durch numerische Anpassung k und $\Psi_P^{(1)}(t_2) - \Psi_M$ (Gleichung (24)) bestimmt.

Man erhält für

$$k = 0,000498 \frac{1}{\text{sec}} \quad \text{und für}$$

$$\Psi_P^{(1)}(t_2) - \Psi_M = 2,75 \quad \mu\text{V}.$$

Damit erhält man aus Gleichung (31) für

$$D'_0 = 1,929 \cdot 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{sec}}$$

und für die Energieflußdichte

$$I = 5,05 \cdot 10^{-3} \frac{\text{J}}{\text{sec cm}^2} = 1,206 \cdot 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{sec cm}^2}.$$

Die Standardabweichung für die Reproduzierbarkeit der kalorimetrischen Messungen war kleiner als 0,15%.

Die Absorption im Kalorimeterfenster und die Streuverluste sind im Endergebnis bereits berücksichtigt. Die Genauigkeit der absoluten Energieflußdichtebestimmung liegt, wie im Kapitel IV beschrieben, in diesem Fall bei 0,5% (nicht einzeln geeichtes Thermoelement).

Diese Genauigkeit läßt sich mit der verwendeten Meßanordnung nur erzielen, wenn die Energieflußdichte mehr als $10 \cdot 10^{-3} \text{ J/sec cm}^2$ beträgt. Temperaturdrift und Rauschen des Verstärkers begrenzen die Empfindlichkeit. Bei Verzicht auf Genauigkeit läßt sich die Empfindlichkeit ohne weiteres erheblich steigern. Reduziert man zB. die Absorbermasse um den Faktor 20 (Streuanteil wird nicht mitgemessen; Transmission etwa 1%) und läßt einen Fehler von einigen Prozenten zu, so kann eine Energieflußdichte von weniger als $10^{-5} \text{ J/sec cm}^2$ gemessen werden.

Verwendet man statt des einen Thermoelements eine Thermosäule, so kann die Empfindlichkeit entsprechend erhöht werden.

Damit ist gezeigt, daß sich die charakteristische Größe des Strahlenfeldes - die Energieflußdichte - genau und empfindlich bestimmen läßt.

VI. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird der Aufbau und die Wirkungsweise eines Kalorimeters beschrieben, mit dem die Energieflußdichte von weichen Röntgenstrahlen mit hoher absoluter Genauigkeit gemessen wurde.

Die Energie eines ausgeblendeten Strahlenbündels wurde in einem topfförmigen Absorber aus Gold, bis auf sehr geringe "Streustrahlenverluste", absorbiert. Aus der Temperaturänderung wurde die Energieflußdichte berechnet. Um die hohe Genauigkeit zu erreichen, wurden die "Streustrahlungsverluste" und die Wärmeverluste eigens ermittelt.

Die Energieverluste durch Streustrahlung aus dem Absorber wurden sowohl berechnet als auch in einer gesonderten Anordnung gemessen. Bei dem topfförmigen Absorber ergab sich bei der verwendeten Strahlenqualität (50 kV Erzeugungsspannung) ein Energieverlust von $1 \cdot 10^{-3}$ durch Fluoreszenzquanten, von $0,7 \cdot 10^{-3}$ durch gestreute Quanten (klassische Streuung und Comptonstreuung), von $0,07 \cdot 10^{-3}$ durch Elektronen (Photo-, Auger- und Comptonelektronen) und von $0,1 \cdot 10^{-3}$ durch sekundäre Bremsstrahlung.

Die Wärmeverluste wurden durch die Konstruktion des Kalorimeters klein gehalten. Die Abkühlkonstante des Systems hatte einen Wert von 10^{-3} sec^{-1} . Unter den speziellen Versuchsbedingungen bedeutet dies einen

Wärmeverlust von etwa 0,02. Die Wärmeverluste wurden aus dem Temperaturverlauf während und nach der Bestrahlung gewonnen.

Auch alle anderen Größen, die in die Bestimmung der Energieflußdichte eingehen, wie der Meßblendenquerschnitt, die Masse des Absorbers, die Bestrahlungszeit und die Temperaturänderung wurden sorgfältig bestimmt und ihr Einfluß auf die Genauigkeit diskutiert.

Die Unsicherheit in der Bestimmung der Energieflußdichte lag schließlich bei 0,3%; die Meßergebnisse ließen sich mit einer Abweichung von weniger als 0,15% reproduzieren.

Anhang 1 Gültigkeit des Newton'schen Abkühlgesetzes

Man nimmt im allgemeinen nach Newton in erster grober Näherung an, daß der gesamte Wärmeverlust der Absorberoberfläche proportional der Temperaturdifferenz gegen den Außenraum sei; das heißt die Änderungsgeschwindigkeit dT_P/dt der Temperatur des Absorbers kann der in jedem Augenblick herrschenden Temperaturdifferenz $T_P - T_M$ gegenüber dem Kalorimetergefäß T_M proportional gesetzt werden:

$$\frac{dT_P}{dt} = k (T_P - T_M) .$$

Für die Wärmeabstrahlung S_S gilt jedoch andererseits nach Stefan-Boltzmann:

$$S_S = \epsilon' \cdot A_1 \cdot \sigma \cdot (T_P^4 - T_M^4) ,$$

wobei

- ϵ' eine Funktion von $\epsilon_1, \epsilon_2, A_1$ und A_2 ,
- ϵ_1 die Emissivität des Absorbers,
- ϵ_2 die Emissivität des Kalorimetermantels,
- A_1 die Oberfläche des Absorbers,
- A_2 die Innenfläche des Kalorimetermantels, und
- σ die Stefan-Boltzmann-Konstante

bedeuten.

Nur für kleine Temperaturdifferenzen, d.h. nur wenn

$$T_P^4 - T_M^4 \approx T_M^3 (T_P - T_M)$$

innerhalb der zulässigen Fehler ist, gilt auch für

die Wärmestrahlung das Newton'sche Abkühlgesetz.

$$\text{Mit} \quad \Delta T = T_P - T_M$$

und

$$\Delta T \ll T_M$$

folgt für S_s mit hinreichender Genauigkeit

$$S_s \approx \epsilon' A_1 \sigma 4 T_M^3 \Delta T.$$

Bei einer Temperaturerhöhung um $0,2^\circ\text{C}$ bedingen die vernachlässigten Glieder eine Abweichung von $0,1\%$ ($T_M = 25^\circ\text{C}$).

Im folgenden wird der Fehler bei der Auswertung, durch die Abweichung vom Newton'schen Abkühlgesetz, abgeschätzt. Dazu wird die Entwicklung von $T_P^4 - T_M^4$ nach dem zweiten Glied abgebrochen, da nur noch dieses Glied einen nennenswerten Beitrag liefert (Rest ist dann noch kleiner als 10^{-6}). Für das so modifizierte Newton'sche Abkühlgesetz erhält man dann

$$\left(\frac{dT_P}{dt}\right)^{\text{mod.}} = -k_1 (T_P - T_M) - k_2 (T_P - T_M)^2.$$

Die Integration dieser Gleichung führt zu *):

$$(\Delta T)^{\text{mod.}} = (T_P - T_M)^{\text{mod.}} = \frac{(T_P^{(3)}(t_2) - T_M) e^{-k(t-t_2)}}{1 + \frac{k_2}{k_1} (T_P^{(3)}(t_2) - T_M) (1 - e^{-k(t-t_2)})}$$

Die relative Abweichung zur linearen Newton'schen Gleichung ergibt:

$$\frac{(\Delta T)^{\text{Newton}} - (\Delta T)^{\text{mod.}}}{(\Delta T)^{\text{Newton}}} \approx 0,00066.$$

Im Vergleich zu den anderen Einflüssen auf die Genauigkeit der Energieflußdichte, kann dieser Fehler vernachlässigt werden.

*) Dabei wird k unabhängig von T_P vorausgesetzt. Nur die Wärmeleitung der Luft liefert, wie auf Seite 45 gezeigt wurde, noch einen nennenswerten Beitrag zur Wärmeleitung. k_{Luft} ändert sich um 0,05% bei einer Temperaturänderung von 0,2 °C; darüber hinaus trägt k_{Luft} nur etwa 10% zu k_{gesamt} bei.

Anhang 2 Numerische Lösung der Wärmeleitungsgleichung
für die unendlich ausgedehnte Platte mit
exponentieller Wärmequellenverteilung

Die Lösung der Gleichung (16)

$$\rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + L(z, t) \quad (16)$$

mit den Randbedingungen

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ für } z = 0 \text{ und } z = 0,1 \text{ mm}$$

und der Wärmequellenverteilung (siehe Abbildung 26)

$$L(z, t) = \mu I_0 e^{-\mu z}$$

erfolgt numerisch.

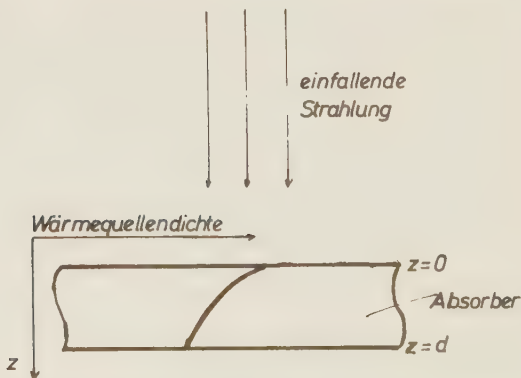


Abb.26: Verteilung der Wärmequellendichte in Abhängigkeit von der Tiefe im Absorber. Die Strahlung fällt senkrecht durch die Ebene $z = 0$ ein.

Die Lösung erfolgt für $n + 1$ Stellen z_i im Absorber, mit z_i zwischen 0 und 0,1 mm, für den Zeitpunkt j . Nach Übergang zu einer relativen Dicke und einer normierten Zeit erhält man mit der Methode von Crank-Nicolson (53) als Lösungsansatz für Gleichung (16) für diskrete Variable (siehe Abbildung 27)

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{k} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{T_{i+1,j+1} - 2T_{i,j+1} + T_{i-1,j+1}}{h^2} + \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h^2} \right\} + \frac{L_{i,j} \cdot l^2}{k}$$

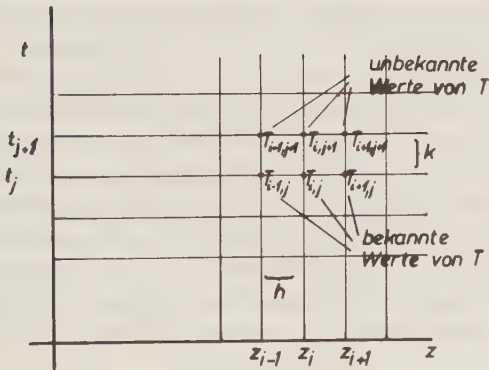


Abb.27:

Aus den bekannten Temperaturwerten T zur Zeit t_j werden die Temperaturen zur Zeit t_{j+1} berechnet.

k und h sind durch die Beziehungen

$$k = \frac{\kappa}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{t_i}{l^2}$$

und

$$h = \frac{1}{l} \cdot \frac{z_i}{t_i}$$

gegeben, wobei l die Dicke der Platte bedeutet.

Für $n + 1$ Stellen des Absorbers erhält man $n + 1$ Gleichungen, womit das Gleichungssystem zu lösen ist. Die Randbedingungen wurden berücksichtigt dadurch, daß für gedachte Stellen $i = -1$ bzw. $i = n + 1$ jeweils die Temperatur der Stellen $i = 0$ bzw. $i = n$ eingesetzt wurde.

Für die effektive Energie der Strahlung wurden 15 keV angenommen und für $I_0 = 4/60 \text{ J/cm}^2 \text{ sec}$ eingesetzt. Damit wurde die Temperatur an 10 Stellen im Absorber für 10^{-6} sec nach Bestrahlungsbeginn berechnet. Die Rechnung wurde ausgeführt an der Rechenanlage C D 3300 des Rechenzentrums der Universität Erlangen-Nürnberg. Die so gewonnene Temperaturverteilung wurde als Anfangsverteilung für die Berechnung des nächsten Zeitschritts verwendet.

Anhang 3 Bedingungen für die numerische Lösung der Wärmeleitungsgleichung für den Zylinder

Die Wärmeleitungsgleichung in Zylinderkoordinaten wurde, ähnlich wie in Anhang 2, für den Zeitpunkt j für $n + 1$ Stellen im Absorber nach Crank-Nicolson gelöst. Für $i = n + 1$ Stützstellen erhält man wieder $n + 1$ Gleichungen; die Randbedingungen werden entsprechend berücksichtigt. Im Unterschied zu Anhang 2 wurde kein exponentieller Abfall der Wärmequellen angenommen, weil gerade die Rechnungen in Anhang 2 gezeigt haben, daß die Temperaturdifferenz in z-Richtung im Absorber nur klein ist ($\approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}$). Die Wärmequellenverteilung wurde daher als homogene Volumenheizung eines inneren Zylinders mit dem Radius $1/4 \cdot r_1$ aufgefaßt; r_1 bedeutet den Radius des Absorbers. Für Gleichung (20) erhält man

$$\begin{aligned} \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} = & \frac{1}{2} \left(\frac{T_{i+1,j+1} - 2T_{i,j+1} + T_{i-1,j+1}}{h^2} + \right. \\ & \left. \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h^2} \right) \\ & + \frac{1}{2\Delta t} \left(\frac{T_{i+1,j+1} - T_{i-1,j+1}}{2h} \right. \\ & \left. \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2h} \right) \\ & + \frac{L_{i,j} \cdot l^2}{\Delta x} \cdot \end{aligned}$$

Dieses Gleichungssystem wurde für $j = 1$ und $i = 0 \dots 10$ gelöst; die Lösung wurde als Anfangsverteilung für $j = 2$ verwendet. Je nach Schrittweite wurden von der Rechenmaschine bis zu 200 Schritte gerechnet. Die Ergebnisse zeigen die Abbildungen 10 und 12.

Anhang 4 Verluste durch Fluoreszenzstrahlung

- a. Abschätzung der durch Fluoreszenzquanten wegtransportierten Energie

Der Absorber *) habe die Höhe d und den Radius r_0 .

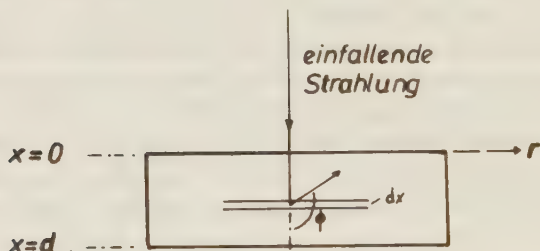


Abb.28: Zylinderförmiger Absorber mit der Höhe d und dem Radius r_0 . Die Strahlung soll von oben durch die Ebene $x = 0$ einfallen. Außerdem ist für ein in der Schicht dx absorbiertes Quant die Emissionsrichtung für das Fluoreszenzquant angedeutet.

Die Anzahl der in der Tiefe x aus dem Weg-Element dx in den Winkel $d\Omega$ "gestreuten" Photonen ist dann **)

$$dN_0(x, \Omega) = N_0 e^{-\mu x} \cdot \sigma_n(\Phi, \Theta) d\Omega dx. \quad (34a)$$

*) Für alle Abschätzungen wurde der Absorber als zylinderförmiges Scheibchen angenommen.

**) Ähnlicher Ansatz bei Liden und Starfeld (34) und Greening und Randle (35).

wobei

- μ den totalen Schwächungskoeffizienten,
 $N_0 e^{-\mu x}$ die Anzahl der am Ort x noch vorhandenen Quanten und
 $\sigma_\mu(\phi, \theta)$ den differenzierten Wirkungsquerschnitt für die Streuung eines Fluoreszenzquants in den Raumwinkel $d\Omega$

bedeuten.

Da σ_μ unabhängig vom Azimutalwinkel θ ist, geht Gleichung (34a) über in

$$dN_0(x, \phi) = N_0 e^{-\mu x} \sigma_\mu(\phi) 2\pi \sin\phi d\phi dx.$$

Um den Absorber zu verlassen, müssen die "gestreuten" Quanten einen Weg W zurücklegen. Der Absorber soll so dimensioniert sein, daß die Wahrscheinlichkeit für ein Entkommen von Quanten durch die Ebene $x = d$ sehr klein wird, wenn die Strahlung durch die Ebene $x = 0$ einfällt. Außerdem sei der Absorber in radialer Richtung viel größer als der Strahlquerschnitt. Dies entspricht den Versuchsbedingungen. Damit können auch die seitlich austretenden Quanten vernachlässigt werden. Für den Weg der rückgestreuten Quanten im Absorber gilt

$$W = \frac{x}{\cos(\pi - \phi)}.$$

Damit erhält man für die Anzahl N der Quanten, die den Absorber verlassen,

$$N = N_0 2\pi \int_{x=0}^{x=d} e^{-\mu x} \int_{\phi=\pi-\arctan \frac{x}{d}}^{\phi=\pi} e^{-\mu' \frac{x}{\cos(\pi-\phi)}} \cdot \sigma_\mu(\phi) \sin\phi d\phi dx. \quad (35)$$

μ' ist dabei der energieabhängige Schwächungskoeffizient der "gestreuten" Quanten. Um zu einfacheren Integrationsgrenzen zu kommen, betrachtet man den Absorber als eine unendlich ausgedehnte Platte in radialer Richtung:

$$N = N_0 \cdot 2\pi \int_0^d e^{-\mu x} \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-\mu' \frac{x}{\cos(\pi-\Phi)}} \sigma_{\pi}(\Phi) \sin \Phi \, d\Phi \, dx. \quad (36a)$$

Da die Fluoreszenzquanten eine isotrope Verteilung besitzen (44), gilt für

$$\sigma_{\pi}(\Phi) = \frac{\omega \tau}{4 \pi}$$

wo

ω den Ausbeutefaktor für die Erzeugung von Fluoreszenzquanten und

τ den Photoabsorptionskoeffizienten bedeuten.

Damit folgt für (36a):

$$N = N_0 \cdot \frac{\omega \tau}{2} \int_0^d e^{-\mu x} \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-\mu' \frac{x}{\cos(\pi-\Phi)}} \sin \Phi \, d\Phi \, dx. \quad (36b)$$

Mit der Substitution $z = x \cdot (-\mu + \frac{\mu'}{\cos \Phi})$ läßt sich die Gleichung (36b) geschlossen über x integrieren; man erhält in den Grenzen zwischen 0 und d:

$$\begin{aligned} N &= N_0 \cdot \frac{\omega \tau}{2} \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{1}{-\mu + \frac{\mu'}{\cos \Phi}} \cdot \sin \Phi \cdot \left(e^{-\mu d + \frac{\mu' d}{\cos \Phi}} - 1 \right) d\Phi \\ &= N_0 \cdot \frac{\omega \tau}{2} \left\{ \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{1}{-\mu - \frac{\mu'}{\cos \Phi}} \sin \Phi \, d\Phi + e^{-\mu d} \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{1}{-\mu + \frac{\mu'}{\cos \Phi}} \sin \Phi \, d\Phi \right\}. \quad (36c) \end{aligned}$$

Für μd viel größer als 1 kann das zweite Integral vernachlässigt werden. Durch Substitution läßt sich Gleichung (36c) geschlossen integrieren, man erhält schließlich

$$N = N_0 \frac{\omega \tau}{2} \left\{ \frac{1}{\mu} - \frac{\mu'}{2} \ln \left(1 + \frac{\mu}{\mu'} \right) \right\}. \quad (37)$$

Die Gleichung (37) gilt zunächst unter der Voraussetzung, daß die Emission der Photoelektronen nur aus einer Schale erfolgt und auch nur Fluoreszenzquanten einer Energie ausgesandt werden.

Um die Gleichung (37) der Wirklichkeit anzupassen, müssen

statt des Photoabsorptionskoeffizienten τ die partiellen Photoabsorptionskoeffizienten $\tau_j = c_j \cdot \tau_{\text{tot}}$,

statt des Ausbeutefaktors ω die Ausbeutefaktoren ω_j für die einzelnen Schalen,

statt des Schwächungskoeffizienten μ' die Schwächungskoeffizienten für die verschiedenen Fluoreszenzlinien μ'_i

eingesetzt werden und außerdem

die relativen Linienintensitäten der Fluoreszenzlinien b_i

berücksichtigt werden.

Gleichung (37) geht über in

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \omega_j b_i c_j \tau_{\text{tot}} \cdot \left\{ \frac{1}{\mu} - \frac{\mu'_i}{2} \ln \left(1 + \frac{\mu}{\mu'_i} \right) \right\}. \quad (37a)$$

b. Berechnung der partiellen Photoabsorptionskoeffizienten τ_j

Nach Storm (46) lassen sich die partiellen Photoabsorptionskoeffizienten aus empirisch gewonnenen Gleichungen berechnen

$$\frac{\tau_{\text{tot}}(v)}{\tau_K(v)} = 1 + 0,01481 \ln^2 Z - 0,000788 \ln^3 Z \quad (37b)$$

und
$$\frac{\tau_L(v)}{\tau_{\text{tot}}(v)} = 1 - 2,5 \cdot 10^{-7} Z^3.$$

Die Beziehungen (37b) sind unabhängig von der Energie, solange die Energie für die Emission eines Elektrons aus der K- bzw. L-Schale ausreicht.

Aus obigen Gleichungen errechnet sich für $Z = 80$

$$c_K = \frac{\tau_K}{\tau_{\text{tot}}} = 0,82 \quad \text{und}$$

$$c_L = \frac{\tau_L}{\tau_{\text{tot}}} = 0,87.$$

c. Relative Intensität der Fluoreszenzlinien b_i

Die Fluoreszenzlinien der K-Serie können für Gold oder Blei bei den im Versuch verwendeten Energien nicht angeregt werden.

Die relativen Intensitäten der einzelnen Linien der L-Serie wurden entnommen aus F.Regler (31), M.A.Bloch (38) und E.Storm et.al.(46).

Sie sind zusammen mit den Linienenergien in der Tabelle III zusammengestellt:

Linien der L-Serie	Energie in keV *)		relative Intensität b_i für Gleichung (37a)
	Au	Pb	
α_1	9,7	10,6	0,47
α_2	9,6	10,5	0,05
β_1	11,4	12,6	0,24
β_2	11,6	12,6	0,11
β_3	11,6	12,8	0,04
β_4	11,2	12,3	0,02
γ_1	13,4	14,8	0,05
1	8,5	9,2	0,02 .

Die nicht aufgeführten Linien haben relative Intensitäten kleiner als 0,01. Zur Vereinfachung der Rechnung wurden die Linien α_1 mit α_2 und β_1 bis β_4 entsprechend ihrem Gewicht zu einer mittleren Energie zusammengefaßt.

Für die M-Serie findet man für die wichtigsten Linien

Linie	Energie in keV		relative Intensität b_i für Gleichung (37a)
	Au	Pb	
$M_{III} \rightarrow N_{IV}$	2,4	2,7	} 1
$M_{III} \rightarrow N_V$	2,4	2,7	

*) Die zweite Stelle wurde gerundet.

Aus Gleichung (37a) bestimmt sich der Energieverlust für ein einfallendes Quant mit der Energie $h\nu_0$, bei einer Fluoreszenzausbeute ω von

$$\omega_L^{\text{Au}} = 0,372 \text{ für Gold}$$

$$(\omega_L^{\text{Pb}} = 0,40 \text{ für Blei}) \quad \text{und}$$

$$\omega_M^{\text{Au}} = 0,02$$

zu:

$$\begin{aligned} \frac{E}{E_0} = \frac{1}{E_0} \frac{0,372}{2} \left\{ 0,52 \cdot 0,87 \cdot \tau(\nu) \left[\frac{1}{\mu(\nu)} - \frac{2220 \text{ cm}^{-1}}{\mu(\nu)^2} \ln \left(1 + \frac{\mu(\nu)}{2220 \text{ cm}^{-1}} \right) \right] 9,7 \text{ keV} + \right. \\ + (0,41 \cdot 0,87 \cdot \tau(\nu) \left[\frac{1}{\mu(\nu)} - \frac{2025 \text{ cm}^{-1}}{\mu(\nu)^2} \ln \left(1 + \frac{\mu(\nu)}{2025 \text{ cm}^{-1}} \right) \right] 11,5 \text{ keV} + \\ + (0,05 \cdot 0,87 \cdot \tau(\nu) \left[\frac{1}{\mu(\nu)} - \frac{2605 \text{ cm}^{-1}}{\mu(\nu)^2} \ln \left(1 + \frac{\mu(\nu)}{2605 \text{ cm}^{-1}} \right) \right] 13,4 \text{ keV} + \\ + (0,02 \cdot 0,87 \cdot \tau(\nu) \left[\frac{1}{\mu(\nu)} - \frac{3550 \text{ cm}^{-1}}{\mu(\nu)^2} \ln \left(1 + \frac{\mu(\nu)}{3550 \text{ cm}^{-1}} \right) \right] 8,5 \text{ keV} \Big\} + \\ + \frac{1}{E_0} \frac{0,02}{2} \left\{ 1 \cdot 0,13 \cdot \tau(\nu) \left[\frac{1}{\mu(\nu)} - \frac{53 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1}}{\mu(\nu)^2} \ln \left(1 + \frac{\mu(\nu)}{53 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1}} \right) \right] 2,4 \text{ keV} \right\} \quad (37c) \end{aligned}$$

*)

Bei der Aufstellung der Gleichung (37c) ist vorausgesetzt, daß für jedes nicht aus der L-Schale emittierte Photoelektron eines aus der M-Schale ausgesandt wird.

Mit dieser Annahme wird der Energieverlust eher zu groß geschätzt, weil möglicherweise statt dessen noch Elektronen höherer Schalen emittiert werden. Dies hat zur Folge, daß die dann auftretenden Fluoreszenzlinien energieärmer sind, als in Gleichung (37c) angesetzt.

*) Gilt nur, wenn $h\nu_0$ größer als 14,3 keV, bei kleineren Energien reduziert sich die Gleichung entsprechend den Anregungsmöglichkeiten; die Fluoreszenzausbeute für das M-Niveau ist geschätzt, da in der Literatur nur für Uran der Ausbeutefaktor für dieses Niveau angegeben ist.

Eine Korrektur müßte noch die Folgeserien nach einem $M \rightarrow L$ Übergang (87% aller Übergänge) berücksichtigen. Wegen der geringen Fluoreszenzausbeute für das M-Niveau wurde jedoch auf eine weitere Korrektur verzichtet.

Aus der Gleichung (37c) wurde in Abhängigkeit der Energie des Primärquants der relative Energieverlust ausgerechnet. Die Abbildungen 25a und 25b im Hauptteil zeigen für Gold und Blei als Absorbermaterial die Ergebnisse.

Anhang 5 Abschätzung des Energieverlustes durch gestreute Quanten (klassische Streuung)

Als Ansatz zur Berechnung des Verlustes durch klassische Streuung wird dieselbe Gleichung (36) wie bei der Fluoreszenzstrahlung verwendet.

Nach Gleichung (36) gilt für die Anzahl der rückgestreuten Quanten

$$N = N_0 \cdot 2\pi \int_0^{\pi} e^{-\mu x} \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-\mu' \frac{x}{\cos(\pi-\varphi)}} \sin \varphi \sigma(\varphi) d\varphi dx.$$

Die Symbole haben die selbe Bedeutung wie im Anhang 4. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt findet man (40)

$$\sigma_{\text{coh}}(\varphi) = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos^2 \varphi) B^2,$$

dabei bedeuten r_0 den klassischen Elektronenradius und B einen Faktor, der im wesentlichen von der Anzahl der Elektronen pro Atom und der Energie des einfallenden Quants abhängt. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt gilt

$$\sigma_{\text{coh}}(\varphi) = \sigma_{\text{coh}}^{\text{tot}} \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \varphi),$$

wobei $\sigma_{\text{coh}}^{\text{tot}}$ für den tabellierten totalen Wirkungsquerschnitt steht.

Mit $\mu = \mu'$ (klassische Streuung) geht (36) über in

$$N = N_0 \cdot \frac{3}{8} \sigma_{\text{coh}}^{\text{tot}} \left\{ \int_0^{\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-\mu x \left(1 + \frac{1}{\cos(\pi-\varphi)}\right)} \sin \varphi d\varphi dx + \int_0^{\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} e^{-\mu x \left(1 + \frac{1}{\cos(\pi-\varphi)}\right)} \sin \varphi \cos^2 \varphi d\varphi dx \right\}.$$

Nach Integration über x erhält man

$$N = N_0 \frac{3}{8} \sigma_{\text{coh}}^{\text{tot}} \left\{ \int_{\pi/2}^{\pi} \left[e^{-\mu d \left(1 - \frac{1}{\cos \phi} \right)} \cdot \frac{\sin \phi}{-\mu \left(1 - \frac{1}{\cos \phi} \right)} - \frac{\sin \phi}{-\mu \left(1 - \frac{1}{\cos \phi} \right)} \right] d\phi + \right. \\ \left. \int_{\pi/2}^{\pi} \left[e^{-\mu d \left(1 - \frac{1}{\cos \phi} \right)} \cdot \frac{\sin \phi \cos^2 \phi}{-\mu \left(1 - \frac{1}{\cos \phi} \right)} - \frac{\sin \phi \cos^2 \phi}{-\mu \left(1 - \frac{1}{\cos \phi} \right)} \right] d\phi \right\}.$$

Die Glieder mit $e^{-\mu d}$ in Gleichung (38) werden zur Abschätzung vernachlässigt, da unter den Versuchsbedingungen μd immer viel kleiner als 1 war.

Man erhält:

$$N = N_0(\nu) \frac{3}{8} \sigma_{\text{coh}}^{\text{tot}} \left\{ \frac{1}{\mu} \left(1 + \ln \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{\mu} \left(\frac{5}{8} - \ln 2 \right) \right\} \\ = N_0(\nu) \frac{\sigma_{\text{coh}}^{\text{tot}}}{\mu} \cdot 0,168.$$

Mit dem Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{coh}}^{\text{tot}}$ und dem Schwächungskoeffizienten μ nach (46) und dem Übergang von der Anzahl der gestreuten Quanten auf den Energieverlust erhält man die in Abbildung 21a und b dargestellten Abhängigkeiten. Aus der spektralen Verteilung der einfallenden Strahlung (Seite 64) berechnet sich dann der relative Energieverlust für die im Versuch verwendete Strahlung.

Anhang 6 Abschätzung des Energieverlustes durch Photoelektronen

Tritt ein Bündel monochromatischer Quanten N_0 mit dem Absorber in Wechselwirkung, so werden in der Schicht dx in der Tiefe x , N_e Photoelektronen ausgelöst:

$$N_e = N_0 e^{-\mu(\nu) x} \tau(\nu) dx, \quad (40)$$

wobei $\mu(\nu)$ den Schwächungskoeffizienten
 $\tau(\nu)$ den Photoabsorptionskoeffizienten
 ν die Frequenz der einfallenden Quanten darstellen.

Ist die spektrale Verteilung der einfallenden Quanten $N_0(\nu) d\nu$, so werden pro Energieintervall $d\nu$

$$N_e(\nu) = N_0(\nu) \cdot e^{-\mu(\nu) x} \tau(\nu) dx d\nu \quad (41)$$

Photoelektronen emittiert.

Für die Gesamtzahl der ausgelösten Photoelektronen gilt dann

$$N_e = \int_{\nu=0}^{\nu=\nu_{\max}} \int_{x=0}^{x=\infty} N(\nu) e^{-\mu(\nu) x} \tau(\nu) dx d\nu, \quad (42a)$$

wobei $\nu_{\max}$ die obere Grenze des Röntgenbremsspektrums bedeutet. Ist $E_{\text{Bind}}(i)$ die Bindungsenergie der Elektronen der i -ten Schale und τ_i die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Photoelektrons aus der i -ten Schale, so ist die von Photoelektronen übernommene Gesamtenergie E_e^{il}

$$E_e^{\text{il}} = \int_0^{\nu_{\max}} \int_0^{\infty} (h\nu - E_{\text{Bind}}(i)) N(\nu) e^{-\mu(\nu) x} \tau_i(\nu) dx d\nu.$$

Die Emission der Elektronen erfolgt nicht isotrop. Für die Anzahl der in dx erzeugten Elektronen, die in den Raumwinkel $d\Omega$ emittiert werden, gilt:

$$E_e^{\text{ü}}(\Phi, \nu) = N(\nu) e^{-\mu(\nu)x} \tau_1(\nu) g(\Phi, \nu) 2\pi \sin\Phi d\Phi dx d\nu.$$

Die Verteilungsfunktion g ist abhängig von der Energie der einfallenden Quanten $h\nu$ und vom Winkel Φ .

Die Richtung der Elektronen im Absorber ändert sich jedoch durch Streuung längs des Weges; diese Richtungsänderung könnte man durch eine Funktion $K(E(e), x')$ beschreiben, die von der Energie des Elektrons $E(e)$ und vom zurückgelegten Weg x' abhängig ist. Die Energieabgabe längs dieses Weges ist $-dE_e/dx'$.

Mit der Integration längs der Bahn x' des Elektrons erhält man für die Energieabgabe durch Photoelektronen im Absorber (R' Bahnlänge im Absorber):

$$E_e^{\text{ab}} = 2\pi \int_0^{\nu_{\text{max}}} \int_0^{\infty} \int_{\Phi_{\text{min}}}^{\pi} (h\nu - E_{\text{Bind}}(i)) N(\nu) e^{-\mu(\nu)x} \tau_1(\nu) g(\Phi, E(\nu)) \cdot \sin\Phi \cdot K(E(e), x') \frac{dE_e}{dx'} d\Phi dx dx' d\nu. \quad (42b)$$

Die Grenzen für die Integration über Φ erhält man aus der Bedingung, daß nur Elektronen den Absorber verlassen können, für die der Startwinkel Φ größer Φ_{min} ist; für Φ_{min} gilt:

$$-\cos\Phi_{\text{min}} = \frac{x}{R_{\text{max}}},$$

wo R die praktische Reichweite der Elektronen bedeutet.

Die Integration von (42b) vereinfacht sich durch folgende Überlegungen:

Für kleine Energien der einfallenden Quanten ist die Verteilungsfunktion der Photoelektronen proportional $\sin^2 \Phi$; mit zunehmender Energie werden sie bevorzugt nach vorn gestreut ((44) und (43)). Der entkommende Anteil der Elektronen und damit der Energieverlust durch Photoelektronen ist also eher zu groß, wenn man als Verteilungsfunktion $\sin^2 \Phi$ annimmt.

Nach Glocker (27, 45) kann man die Integration über die Energieabgabe längs des Weges x' umgehen. Bezeichnet man mit $E_o(e)^*$ die Anfangsenergie eines Elektrons, so verläßt der Bruchteil $E_x(e)/E_o(e)$ eine Grenzschicht in der Entfernung x' ; für diesen Bruchteil gilt nach Glocker (mit der Einschränkung $x' \leq R$ und R und x in g/cm^2) :

$$\frac{E_x(e)}{E_o(e)} = \frac{\sqrt{(R-x')^2 + 0,13 (R-x')}}{\sqrt{R^2 + 0,13 R}}. \quad (43)$$

Dabei ist R die praktische Reichweite des Elektrons, in ihr ist der Einfluß der Elektronenstreuung schon berücksichtigt.

Die untere Grenze der Gültigkeit der Beziehung (43) liegt bei 10 keV. Für Elektronen zwischen 10 und 50 keV liegt die praktische Reichweite in Gold et-

*) Gelegentlich wurde, um eine Häufung der Indices zu vermeiden, der Hinweis auf das Elektron in Klammer hinter das Energiesymbol angefügt.

wa zwischen

$$4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{E}}{\text{cm}^2} \quad \text{und} \quad 8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{E}}{\text{cm}^2} .$$

Bei diesen Werten von R kann man die quadratischen Glieder in Gleichung (43) vernachlässigen; Gleichung (43) vereinfacht sich dann zu

$$\frac{E_x(e)}{E_o(e)} = \frac{\sqrt{R - x'}}{\sqrt{R}} .$$

Betrachtet werden dürfen nur die Schichten, die der praktischen Reichweite der Elektronen entsprechen, d.h. es wird nur bis zur Tiefe $R_{\max}$ integriert. Dann wird aus Gleichung (42b) :

$$E_e^{\text{ent}} = \frac{3}{4} \int_0^{v_{\max}} \int_0^{R_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{R'_{\max}} \left(h\nu - E_{\text{bind}}(i) \right) N(v) e^{-\mu(v)x} \tau_i \frac{\sqrt{R - x'}}{\sqrt{R}} \sin^3 \phi \, dx' d\phi \, dx \, dv \quad (44a)$$

wobei E_e^{ent} die durch Photoelektronen aus dem Absorber wegtransportierte Energie symbolisiert. Durch Projektion des Weges der Elektronen x' auf die x -Achse erhält man die Beziehung

$$x' = \frac{x}{\cos(180 - \phi)} . \quad (44b)$$

Damit geht das Integral (44a) über in
(mit $h\nu - E_{\text{bind}}(i) = E_{oi}$)

$$E_e^{\text{ent}} = \frac{3}{4} \tau_i E_{oi} \int_0^{v_{\max}} \int_0^{R_{\max}} \int_{\pi-\phi_{\max}}^{\pi} N(v) e^{-\mu(v)x} \cdot \frac{\sqrt{R + \frac{x}{\cos \phi}}}{\sqrt{R}} \sin^3 \phi \, d\phi \, dx \, dv . \quad (44c)$$

Zur weiteren Integration muß die Wurzel $\sqrt{R_{\max} + x/\cos \phi}$ entwickelt werden; der Abbruch der Reihe erfolgt so, daß der Energieverlust sicher zu groß geschätzt wird. Damit ist die Integration über ϕ in den Grenzen $(\pi - \arccos x/R_{\max})$ bis π möglich. Um über x zu integrieren, wird $e^{-\mu x}$ in einer Reihe entwickelt und die Reihe nach dem dritten Glied abgebrochen; den dabei gemachten Fehler für verschiedene Energien demonstriert die Tabelle:

Energie in keV	$e^{-\mu R_{\max}}$	$1 + \mu R + \frac{(\mu R_{\max})^2}{2}$
5	0,408	0,505
20	0,841	0,842
50	0,931	0,931

Man erhält schließlich für den Energieverlust:

$$\begin{aligned}
 E_e^{\text{ent}}(v) &= E_{0i} N(v) \tau_i \left\{ \left[\frac{1}{2} \frac{1}{\mu} \left(1 - e^{-\mu R_{\max}} \right) \right] + \right. \\
 &+ \left[\frac{1}{4} \frac{1}{\mu^2 R_{\max}} \left(-1 - 2e^{-\mu R_{\max}} + \frac{6}{\mu^2 R_{\max}^2} - \frac{6e^{-\mu R_{\max}}}{\mu R_{\max}} - \frac{6e^{-\mu R_{\max}}}{\mu^2 R_{\max}^2} \right) \right] \\
 &+ \left[\frac{1}{2} \frac{1}{\mu^2 R_{\max}} \left(\mu R_{\max} e^{-\mu R_{\max}} + e^{-\mu R_{\max}} - 1 \right) \right] \\
 &+ \left[\frac{3}{16} \frac{1}{\mu^2 R_{\max}} \left(1 + 2e^{-\mu R_{\max}} - \frac{6}{\mu^2 R_{\max}^2} + \frac{6e^{-\mu R_{\max}}}{\mu R_{\max}} + \frac{6e^{-\mu R_{\max}}}{\mu^2 R_{\max}^2} \right) \right] \\
 &+ \left. \left[\frac{3}{8} \frac{1}{\mu^2 R_{\max}} \left(-e^{-\mu R_{\max}} - \mu R_{\max} + \frac{\mu^2 R_{\max}^2}{4} + 1 \right) \right] \right\} \\
 &= E_{0i} N(v) \frac{\tau_i}{4} \frac{1}{8} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{\mu R} + \frac{3}{4} \mu R + \frac{3}{(\mu R)^3} (1 - \mu R e^{-\mu R} - e^{-\mu R}) \right\}.
 \end{aligned}$$

Für Energien der einfallenden Quanten zwischen 0 und 50 keV wurde die praktische Reichweite der Elektronen unter Berücksichtigung der Bindungsenergie berechnet (37). Mit den Schwächungskoeffizienten und den Photoabsorptionskoeffizienten erhält man den in Abbildung 23 dargestellten relativen Energieverlust in Abhängigkeit der Energie der einfallenden Quanten und daraus schließlich, mit der spektralen Verteilung der 50 kV Strahlung (Abbildung 20), den Energieverlust durch Photoelektronen unter den Versuchsbedingungen.

Anhang 7

Abschätzung des Energieverlustes durch Auger-Elektronen

Zur Abschätzung des Energieverlustes durch Auger-Elektronen setzt man analog, wie bei den Photoelektronen an (Verteilung der Auger-Elektronen isotrop):

$$E_{Aug}^{ent} = \frac{\omega' \tau_i E_{Aug}}{2} \int_0^{R_{max}} \int_0^{\Phi_{max}} \int_0^{\Phi_{max}} \int_0^{R'_{max}} N(v) e^{-\mu x} \frac{\sqrt{R-x'}}{\sqrt{R}} \sin \Phi \, dx' d\Phi \, dx \, dv \quad (45a)$$

wobei:

R_{max} die praktische Reichweite der Auger-Elektronen und

ω' die Auger-Elektronen-Ausbeute

bedeuten.

Durch Entwicklung der Wurzel in einer Reihe und Abbruch der Reihe nach dem zweiten Glied, erhält man zwei geschlossen integrierbare Ausdrücke:

$$\begin{aligned} E_{Aug}^{ent}(v) &= N(v) E_{Aug} \frac{\omega' \tau_i}{2} \left\{ \frac{1}{\mu} (1 - e^{-\mu R_{max}}) + \right. \\ &\quad + \frac{1}{\mu^2 R_{max}} (e^{-\mu R_{max}} \mu R_{max} + e^{-\mu R_{max}} - 1) + \\ &\quad \left. + \frac{1}{2\mu} \left(\mu R_{max} - \frac{\mu^2 R_{max}^2}{4} + e^{-\mu R_{max}} - 1 \right) \right\} \quad (45b) \\ &= N(v) E_{Aug} \frac{\omega' \tau_i}{4\mu} \left\{ 1 + \mu R_{max} - \frac{\mu^2 R_{max}^2}{4} - e^{-\mu R} - \frac{2}{\mu R} (1 - e^{-\mu R_{max}} - \mu R e^{-\mu R_{max}}) \right\} \end{aligned}$$

Mit einer Energie der Auger-Elektronen von 7,5 keV, einer Reichweite in Gold von $5 \cdot 10^{-6}$ cm, dem energieabhängigen Schwächungs- und Photoabsorptionskoeffizienten, berechnet sich aus Gleichung (45b) die in Abbildung 23 dargestellte Abhängigkeit des Energieverlustes. Mit der spektralen Verteilung (Abbildung 20) ergibt sich wieder der Energieverlust für die im Versuch verwendete Strahlenqualität.

Anhang 8 Konussteigung der Meßblende

Die Glühwendeln von Röntgenröhren sind entweder kreisförmig oder rechteckig. Nur wenn die Anode der Röhre unter 45° geneigt ist, erscheint der optische Brennfleck ebenfalls kreisförmig oder rechteckig. Zur Abschätzung des Einflusses von Anodenneigung, Größe des Brennflecks und relativer Lage des Brennflecks zum Röhrenfenster auf die Konussteigung der Meßblende sei die Glühwendel kreisförmig angenommen. Der Brennfleck erscheint in diesem Fall als eine Ellipse (siehe Abbildung 29).

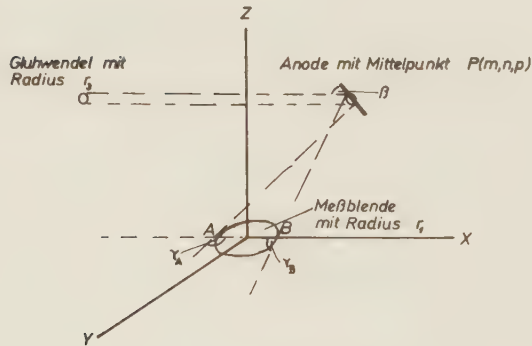


Abb.29: Anordnung von Glühwendel, Anode und Meßblende in einem Koordinatensystem. A und B sind die Schnittpunkte der Meßblende mit der x -Achse. γ_A und γ_B sind die Winkel an den Stellen A und B zwischen der Blendenbohrung und der x -Achse.

Die Blendensteigung wird gegeben durch den größten Winkel γ eines Strahls durch den Blendenrand. Solange die zweite Achse der Ellipse kleiner ist, als die Achse in der x-z-Ebene, wird die Konussteigung für alle Randpunkte zwischen den Abschrägungen für die Punkte A und B liegen. Deswegen werden im folgenden nur noch die beiden Punkte A $(-r_1, 0, 0)$ und B $(+r_1, 0, 0)$ betrachtet. Für die Neigung am Blenden-Randpunkt A läßt sich aus der Abbildung 26 ablesen:

$$\operatorname{tg} (180 - \gamma_A) = \frac{P - r_2}{(m + \frac{r_1}{\operatorname{tg} \beta}) + r_1}$$

und für den Randpunkt B

$$\operatorname{tg} \gamma_B = \frac{P - r_2}{(m + \frac{r_1}{\operatorname{tg} \beta}) - r_1}$$

Die Glühwendel der Röntgenröhre AG/W 61 ist rechteckig, die der Dermopanröhre rund; die Anodenneigung beträgt bei der AG/W 61 71° , bei der Dermopanröhre 45° . Rechnet man mit der ungünstigen Neigung von $\beta \approx 71^\circ$, einen Glühwendelradius von $r_3 \approx 0,35$ cm, einen Brennfleckmittelpunkt von P $(0, 0, 10$ cm), so erhält man für einen Blendenradius von $r_1 = 0,2$ cm $(0,3$ cm) für die Winkel

$$\begin{aligned} \gamma_A &= 88,1^\circ (87,5^\circ) \quad \text{und} \\ \gamma_B &= 88,2^\circ (87,6^\circ) ; \end{aligned}$$

d.h. die Unterschiede in der Konussteigung der Meßblende sind so gering, daß man in der Praxis eine konstante Konizität verwenden kann.

Anhang 9

Die Änderung des Schmelzpunktes in Abhängigkeit vom Druck p kann aus der Clausius-Clapeyron'schen-Gleichung gewonnen werden (siehe zB. (24)).

Bedeutet

Q die Schmelz-(Verdampfungs-)wärme $\left[\frac{\text{Energie}}{\text{Masse}} \right]$

V_1 das spezifische Volumen vor der Phasenumwandlung $\left[\frac{\text{Volumen}}{\text{Masse}} \right]$ und

V_2 das spezifische Volumen nach der Phasenumwandlung $\left[\frac{\text{Volumen}}{\text{Masse}} \right]$,

so gilt:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q}{(V_1 - V_2) \cdot T} \cdot T.$$

Da die spezifischen Volumene V_1 und V_2 in 1. Näherung nicht von T abhängen, kann obige Gleichung für kleine Differenzen von p und T geschrieben werden:

$$\Delta p \approx \frac{Q}{(V_1 - V_2) \cdot T} \cdot T.$$

Mit den Werten für Wasser bzw. Eis von

$$Q = 335 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

$$V_{\text{Wasser}} = 1,000 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \quad (\text{bei } ^\circ\text{C}) \text{ und}$$

$$V_{\text{Eis}} = 1,091 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \quad (\text{bei } ^\circ\text{C}),$$

erhält man für

$$\Delta T = - 0,0075 \cdot \Delta p \quad (p \text{ in atm}).$$

Nimmt man eine Druckänderung von 40 Torr an, so variiert der Schmelzpunkt um etwa $0,0004 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Literatur

- (1) W.Rump: Energiemessung an Röntgenstrahlen;
Z.Phys.43 (1927) 254-295
- (2) S.Genna and J.S.Laughlin: Absolute Calibration of a
Cobalt-60 Gamma-Ray Beam;
Radiology 65 (1955) 394-407
- (3) J.Mc Elhinney, B.Zendle and St.R.Domen:
Calorimetric Determination of the Power in a
1400 kV X-Ray Beam; Radiation Research 6 (1957)
40-54
- (4) Z.Kovar and J.Handl: The Accuracy Improvement of the
Correlation Factor erg/cm^2 to R for Low-Energy-
Radiation; Czech.J.Phys.B18 (1968) 1390-1401
- (5) G.W.Dolphin and G.S.Innes: A Calorimetric Method Used
in the Dosimetry of X-Ray Beams from a
1 Million Volt Generator; Phys.Med.Biol.1 (1956)
161-174
- (6) P.D.Edwards and D.W.Kerst: The Determination of Photon
Flux for Energies between 150 and 300 MeV;
Rev.Sci.Inst.24 (1953) 490-495.
- (7) P.N.Goodwin: Calorimetric Measurements on a Cesium-137
Teletherapy Unit; Rad.Res.10 (1959) 6-12
- (8) J.S.Laughlin and J.W.Beattie: Calorimetric Determination
of the Energy Flux of 22,5 MeV X-Rays;
Rev.Sci.Inst 22 (1951) 572-574
- (9) J.S.Laughlin, J.W.Beattie, J.W.Henderson and R.A.Harvey:
Calorimetric Evaluation of the Röntgen for
400 kV and 22,5 MeV Röntgen Rays;
Am.J.Röntgen 70 (1953) 294-311
- (10) J.S.Pruitt and St.R.Domen: Calorimetric Calibration of
a Ionization Chamber for Determination of X-Ray
Total Beam Energy; Journal Research NBS 66A (1962)
371-380

- (11) R.Loe and E.Loh: A Calorimeter as a Primary Standard Beam Monitor; Nucl.Inst.Meth.63 (1969) 323-324
- (12) F.W.Martin: Ein Kalorimeter für hochenergetische Elektronenstrahlen; Nucl.Inst.Meth.58 (1968) 73-76
- (13) L.I.Smetanina, I.I.Matveeva and Z.V.Bruk: Calorimetric Probes for Measuring the Energy of a Ionized Beam; Teplofizika Vysokikh Temperatur 3 (1965) 623-626
- (14) P.Curie et A.Laborde: Sur la chaleur degagee spontanement par les sels de radium; Compt.Rend 136 (1903) 673-675
- (15) O.E.Myers: Calorimetric Radioactivity Measurements; Nucleonics 5 (1949) 37-47
- (16) R.Coekelbergs et.al.: Description d'une mesure calorimetrique de l'intensité des rayonnements X de faible energie; J.Chemie Physique 62 (1965) 1277-1282
- (17) H.Pauly: Über eine kalorimetrische Methode zur Intensitätsmessung weicher Röntgenstrahlen; Diplomarbeit Frankfurt 1956
- (18) H.Pauly: Über eine kalorimetrische Methode zur Intensitätsmessung weicher Röntgenstrahlen; Strahlenth.110 (1959) 462-476
- (19) J.R.Greening, K.J.Randle and A.T.Redpath: The Measurement of Low Energy X-Rays: Total Absorption Calorimetry; Phys.Med.Biol.13 (1968) 359-369
- (20) F.D.Rollo, L.I.Katchis and M.Dauer: A Calorimetric Method for the Measurement of Grenz-Rays; Phys.Med.Biol.13 (1968) 79-89
- (21) ICRU (International Commission for Radiation Units) Report No.10a (1962)

- (22) Cl.Schaefer: Einführung in die theoretische Physik
Walter de Gruyter und Co, Berlin (1958), 24 und 48
- (23) I.A.Hall: The Measurement of Temperature, Chapman and
Hall Ltd., London (1966) 64
- (24) G.Joos: Lehrbuch der theoretischen Physik, Leipzig (1956)
479 bzw.508
- (25) F.Kohlrausch: Praktische Physik, Band 3: Teubner
Stuttgart 1968
- (26) Isabellenhütte Heusler Dillenburg: Tabellarische Über-
sicht der Widerstandslegierungen
- (27) R.Glocker: Die Abhängigkeit der Reichweite der Elektronen
von ihrer Energie; Z. Naturforschung 3a (1948)
147-151
- (28) B.Hess: DBP 940 847 (Hinweis schon bei P.Curie et
G.Sagnac; Compt.Rend.130 (1900) 1013
- (29) B.A.Engelke und K.Hohlfeld: Bestimmung des mittleren
Energieaufwandes zur Erzeugung eines Ionen-
paares in der Luft durch kalorimetrische Messung
der Energieflußdichte; PTB Mitteilungen 1 (1970) 20
- (30) D.B.Dove and B.G.Cole: The Absolute Calibration of
Gamma Radiation Dosimeters by Calorimetry;
AERE-R 3063 (Dec.1959)
- (31) F.H.Attix and W.C.Roesch: Radiation Dosimetry;
Academic Press New York 1966, Band II, 393
- (32) W.H.Mc Adams: Heat Transmission; Mc Graw-Hill,
New York (1942)
- (33) W.H.Keesom and J.A.Kok: On a method of correcting
for incomplete thermal isolation in measurements
of small heat capacities; Proc.Sec.Sci.35 (1932) 294

- (34) K.Lidén and N.Starfelt: Scintillation spectrometry of continuous γ - and x-ray spectra below 1 MeV; Ark. Fysik 7 (1965) 427-457
- (35) J.R.Greening and K.J.Randle: The Measurements of Low Energy X-Rays; Phys.Med.Biol.13 (1968) 159-168
- (36) F.Regler: Einführung in die Physik der Röntgen- und Gammastrahlen, Thiemeig (1966) München
- (37) R.Glocker und E.Macherauch: Röntgen- und Kernphysik, Thieme (1965) Stuttgart 424
- (38) M.A.Bloch: Physik der Röntgenstrahlen, VEB Technik 1957 Berlin
- (39) Landolt-Börnstein, Springer Berlin-Göttingen-Heidelberg 6 Aufl.BI/1 320-321
- (40) Gl.White-Grodstein: X-Ray Attenuation Coefficients; NBS Circular 583 Washington 1957
- (41) Flüge: Handbuch der Physik XXXIV: Strahlung und Materie Springer (1957) Berlin-Göttingen-Heidelberg
- (42) F.H.Attix and W.C.Roesch: Radiation Dosimetry Vol 1 Academic-Press 1966 New-York-London 119
- (43) J.Fischer: Beiträge zur Theorie der Absorption von Röntgenstrahlen; Annalen der Physik 8 (1931) 821-850
- (44) R.D.Ewans: The Atomic Nucleus, Mc Graw-Hill (1955) New York-Toronto-London 696
- (45) R.Glocker: Über das Grundgesetz der physikalischen Wirkung von Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge; Z.Physik 136 (1953) 352-366

- (46) E.Storm et.al.: Photon Cross Sections from 0,001 to 100 MeV for Elements 1 through 100;
U.S.Atomic Energy Commission W 7405 - ENG.36
(1967)
- (47) M.Säbel: Eine kalorimetrische Methode zur Messung des nicht in Wärme umgewandelten Anteils der absorbierten Energie von Röntgenstrahlen;
Tagung der Deutschen Biophysikalischen Gesellschaft Gießen 1970
- (48) M.Säbel und Th.Schmidt: Eine kalorimetrische Methode zur Bestimmung des nicht in Wärme umgewandelten Anteils der absorbierten Energie weicher Röntgenstrahlen; Z.Naturforschung 246 (1969)
1338-1340
- (49) B.T.Kelly: Irradiation Damage to Solids: Pergamon Press
Oxford 1966
- (50) Private Mitteilungen von Prof.Hübner PTB
- (51) F.Regler: Einführung in die Physik der Röntgen-und Gammastrahlen; Thiemig München 1967
- (52) J.W.Twidell: The Determination of x-ray Spectra Using Attenuation Measurements and a Computer Program;
Phys.Med.Biol.15 (1970) 529-539
- (53) G.D.Smith: Numerical Solution of Partial Differential Equations; Oxford University Press (1965)
- (54) Landolt-Börnstein, Springer Berlin-Göttingen-Heidelberg (1961)
B II/4 475 und 482

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof.Dr.Dr.H.Pauly danke ich besonders für die Anregung zu dieser Arbeit. Sein Wohlwollen, seine stete Bereitschaft zur Diskussion und sein Rat sicherten Fortgang und Fertigstellung der Arbeit. Für seine Betreuung und großzügige Förderung schulde ich ihm aufrichtigen Dank.

Herrn Prof.Dr.N.Fiebiger danke ich für die Unterstützung dieser Arbeit und sein Interesse.

Meinen Kolleginnen und Kollegen am Institut, besonders aber Herrn Dipl.Phys.Säbel, danke ich für tatkräftige Hilfe und manch aufmunternden Zuspruch.

Lebenslauf

Am 1.4.1934 wurde ich als Sohn des Bankdirektors Hans Schmidt und seiner Ehefrau Paula, geborene Schicht, in Nürnberg geboren. Von 1941 bis 1945 besuchte ich die Volksschule in Nürnberg, Reutersbrunnenstraße. 1945 trat ich in die Dürer-Oberrealschule in Nürnberg ein und legte dort im Juli 1954 die Reifeprüfung ab.

Ab Wintersemester 1954 studierte ich an der Universität Erlangen-Nürnberg Physik. Im Juli 1962 bestand ich die Diplomprüfung für Physik.

Seit dieser Zeit bin ich als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Physikalische und Medizinische Strahlenkunde der Universität Erlangen-Nürnberg beschäftigt.

Offsetdruck-Fotodruck

J. Hogl, 8520 Erlangen Hauptstr. 109, (Nähe Martin-Luther-Platz) Tel. 22990